

Premi de Recerca
Vila de Palamós
2018 - 2019

Júlia Martí Llobet

QUANT MESURA LA COSTA CATALANA?

Anàlisi de la teoria fractal

11



AJUNTAMENT DE PALAMÓS



Servei d'Arxiu Municipal de Palamós

QUANT MESURA LA COSTA CATALANA?

Anàlisi de la teoria fractal

“La geometria fractal canviarà a fons la seva visió de les coses.
Continuar llegint és perillós. S’arrisca un a perdre definitivament
la imatge inofensiva que té dels núvols, boscos, galàxies, fulles,
plomes, flors, roques, muntanyes, tapissos, i d’altres moltes coses.
Mai tornarà a pensar el mateix de tots aquests objectes”

– Michael Barnsley (1988)

Si podem afirmar que entre el 0 i l’1 hi ha infinits nombres,
podem afirmar també que entre cap de Creus i el delta de l’Ebre
també hi ha infinits metres?

1 Presentació del treball

1.1. Què és aquest treball	3
1.2. Motivacions personals	3
1.3. Agraïments	3

2 Introducció a la temàtica d’estudi

4

2.1. Justificació del context geogràfic	7
---	---

3 Objectius de la recerca

8

4 Hipòtesi de treball

9

5 Metodologia

9

5.1. Recopilació de les dades	9
5.2. Mapificació de les dades	10
5.3. Anàlisi de les dades	10

6 La teoria fractal	11
6.1. Característiques	11
6.1.1. Definició de la teoria	11
6.1.2. Homotècia interna i cascada	12
6.2. Dimensió	12
6.2.1. Tipus de dimensió	12
6.2.2. Dimensió d'Hausdorff-Besicovitch	13
6.3. Aplicació de la teoria fractal per a l'anàlisi de la dimensió de la línia costera d'un país	13
6.4. Paradoxa de la línia de costa	14
6.5. Conjunts fractals	15
6.5.1. La corba en forma de flocc de neu de Von Koch	15
6.5.2. Conjunt de Cantor	15
6.5.3. Triangle de Sierpinski	15
6.5.4. Corba de Peano	15
6.5.5. Corba d'Hilbert	16
6.5.6. Els conjunts de Julia i Mandelbrot	16
6.6. La teoria del caos	17
6.7. Moviment brownià	17
6.8. Presència i aplicació de les fractals	17
6.8.1. Les fractals a la natura	18
6.8.2. Fractals a les ciències	18
6.8.3. Fractals a la música	18
6.8.4. Fractals a l'art	18
6.8.5. Altres aplicacions	19
7 Què entenem per costa?	19
8 Anàlisi dels resultats	21
8.1. Càlcul de la línia de costa de Catalunya a diferents escales	21
8.2. Càlcul de la línia de la Costa Brava a diferents escales	23
8.3. Resultats dels trams recorreguts a peu	25
8.3.1. Tram 1	26
8.3.2. Tram 2	29
8.3.3. Tram 3	33
8.4. Valors d'increment segons la tipologia de costa	36
8.5. Càlcul de la línia de costa del municipi de Palamós	38
9 Conclusions	40
10 Referències bibliogràfiques	42

1. Presentació del treball

1.1. Què és aquest treball

Aquest és un treball de recerca de batxillerat que pretén combinar dos aspectes bàsics per a l'aprenentatge: la recerca de nous coneixements i la posada en pràctica d'aquests a través del treball de camp i de la utilització de programaris específics per a validar els resultats. Amb un enfocament interdisciplinari, el treball agrega diferents metodologies per evidenciar la intervenció del factor escala en la mesura d'un element físic, i l'efecte de la irregularitat del terreny en l'obtenció d'una mesura exacta i definida seguint els principis de la geometria fractal.

L'estudi se centra en l'anàlisi de la costa de Catalunya i de la Costa Brava a diferents escales: a escala mundial, europea, espanyola, i catalana. No només es vol posar sobre la taula que com més gran és l'escala d'anàlisi, major és la longitud obtinguda, sinó que també es vol tenir en compte les irregularitats del territori a mesurar, ja que cada tipologia de costa mostra una proporció de creixement diferent, és a dir, en funció del tipus de costa que analitzem, la longitud d'aquesta creixerà més o menys a diferents escales. I tot això s'explica gràcies als principis en què es fonamenta la teoria fractal que anirem descobrint a partir d'aquestes pàgines.

1.2. Motivacions personals

Estic estudiant el batxillerat de ciències, per la qual cosa, volia que el meu treball de recerca anés dirigit cap aquesta branca. M'agrada molt la Biologia, però creia que no podia orientar el meu treball en aquest àmbit ja que el nivell de coneixements i els recursos que disposem a batxillerat no són suficients per afrontar un estudi gaire complex, profund i especialitzat. Tot i que amb el pretext de la recerca no pretenia descobrir alguna cosa, sí que volia poder fer alguna contribució. Volia que el treball de recerca m'aportés nous aprenentatges i coneixements i que els resultats obtinguts fossin interessants. Després de temptejar diverses possibilitats, vaig adonar-me que volia escollir un tema que em permetés combinar una part teòrica amb un vessant pràctic, que pogués estar al meu abast. Explorar un món nou per a mi. Atesa la meua relació amb una professora del Grau de Geografia, Ordenació del Territori i Gestió del Medi Ambient de la Universitat de Girona, va sorgir la idea de fer un estudi relacionat amb la teoria fractal al nostre territori, un estudi que pot ser pioner.

Em motivava la idea de pensar que la part principal del treball seria trepitjar el territori real ja que no ho veia com una obligació sinó com una activitat lúdica i d'aprenentatge alhora. El fet de saber que la Geografia és una especialitat que agrega coneixements de Biologia, Geologia, Cartografia, Arquitectura, Economia, que encara no he estudiat, em va incentivar a descobrir què amaga aquest àmbit del coneixement no tan conegut com d'altres.

1.3. Agraïments

Aquest treball no hagués estat possible sense l'ajut i el compromís d'unes persones que al llarg de tot el procés m'han orientat, assessorat i acompanyat.

En primer lloc, he de fer esment de la Dra. Carolina Martí, professora de Geografia de la Universitat de Girona, per per la seva dedicació i coneixements aportats en el tractament de les dades i en l'ús dels programes específics dels Sistemes d'Informació Geogràfica (SIG). Vull agrair-li la seva ajuda incondicional en la tria del treball i la seva disponibilitat. Gràcies a ella he pogut utilitzar les aules d'informàtica de la Facultat de Lletres de la UdG on he pogut disposar dels programes específics necessaris.

Un agraïment al Sr. Josep Antoni Blasco, professor de l'INS Palamós i tutor d'aquest treball, que m'ha acompanyat en la seva execució des del primer moment fins a la redacció final. També li vull agrair tots els seus consells i la preocupació que sempre ha mostrat en relació al meu futur professional i que m'han servit d'ajuda des de la nostra primera trobada.

També vull agrair l'ajuda de l'Àngels Villar. Gràcies a ella no hagués estat possible la realització de la part principal del treball: el seu rellotge GPS va fer possible enregistrar els diferents trams que havia de recórrer a peu amb una gran precisió.

I molt especialment vull remarcar el suport de la meua família. M'han fet costat en tot moment i, fes fred o calor, s'han tirat a l'aigua per ajudar-me. Han facilitat la medició dels trams a realitzar a peu amb la seva companyia i generositat. En fi, han fet d'aquest treball una experiència enriquidora.

Gràcies a totes i tots.

2. Introducció a la temàtica d'estudi

Les fractals són objectes geomètrics l'estructura bàsica de les quals es repeteix a diferents escales i amb diferents orientacions. Durant la dècada de 1980 els primers a estudiar les fractals ho feien pel seu valor estètic més que pel matemàtic. Mentre que les matemàtiques eren l'eina per aconseguir-les, l'objectiu era l'estètica.

L'any 1967 Benoît Mandelbrot va publicar un article a la revista *Science* titulat "How long is the coast of Britain?". En aquell moment, Mandelbrot ja va començar a parlar de les fractals, tot i que no les va anomenar fins al 1975. En aquest article plantejava la poca seguretat que es pot tenir en mesurar una costa, en aquest cas la de Gran Bretanya, ja que la seva longitud depèn de l'escala¹ que s'utilitza per mesurar-la. Com més gran sigui l'escala més gran serà la longitud de la costa, ja que aquesta presenta un gran nombre de petites irregularitats que només es faran visibles amb una escala gran, de molt detall.

¹ L'expressió "a gran escala" indica un factor d'escala que s'aproxima a 1/1 i que ha reduït relativament poc el territori. L'expressió "a petita escala" representa una gran reducció del detall. Font: ICGC.



Figura 1.

La costa de Gran Bretanya a diferents escales

Font: Wikipèdia.

Si la costa de Gran Bretanya es mesura mitjançant un interval d'escala de 200 km (a l'esquerra de la imatge) s'obté una longitud aproximada de 2.400 km, però si es mesura amb un interval d'escala de 50 km (a la dreta) s'obté una longitud de 3.400 km.

Per tant, Mandelbrot afirma que la longitud de la costa s'incrementa infinitament a mesura que la unitat d'escala utilitzada per mesurar augmenta. No diu que la costa sigui una fractal², ja que això és físicament impossible, el que sí afirma és que aquesta es pot comportar com una d'elles a diferents escales de mesura.

Matemàticament, el perímetre de la costa és inversament proporcional a la longitud de l'eina d'anàlisi. A mesura que la unitat d'escala es fa més gran es comença a tenir en compte el relleu de les roques i, fins i tot, dels grans de sorra.

Mandelbrot parlava sobre la vinculació de les matemàtiques amb les formes que es troben a la naturalesa.

Després d'observar com poden arribar a variar les dades d'un mateix territori només pel fet d'utilitzar escales diferents, vaig considerar convenient analitzar la nostra regió.



Figura 2.

Benoit Mandelbrot

Font: TED.

² Vegi's la definició a la pàgina 12.

Les següents taules mostren un recull de dades que posen de manifest com de variable pot arribar a ser la mesura d'una mateixa costa. En el primer cas s'analitza tot Catalunya i en el segon cas el tram que correspon a la Costa Brava. Només varia la font, tenint en compte que quasi la totalitat de les fonts d'on he extret els valors són webs oficials de la Generalitat de Catalunya.

Taula 1.

Longitud (en quilòmetres) de la costa catalana

Longitud	Font
900,0	Manual dels hàbitats litorals de Catalunya. Generalitat de Catalunya. Departament de Territori i Sostenibilitat
870,0	https://www.idescat.cat/pub/?id=aec&n=201 Generalitat de Catalunya. Institut d'Estadística de Catalunya
826,5	https://aca-web.gencat.cat/aca/documents/ca/aigua...costaneres/litoral_catalunya.pdf
700,0	http://cads.gencat.cat/web/.content/Documents/Activitats/Mar_i_litoral_activitats/Analisi-regional-dels-impactes-climatics.-La-costa-catalana.-Dr.-Jose-Antonio-Jimenez.pdf
580,0	http://territori.gencat.cat/ca/06_territori_i_urbanisme/costes_i_muntanya/la_costa_catalana/la_costa_catalana/
552,0	http://museudelapesca.org/recerca/recursos-digitals/pesca-maritima-catalunya/76-la-costa-pesca-catalunya.html
547,0	http://web.gencat.cat/ca/temes/catalunya/coneixer/territori-poblacio/

Elaboració pròpia, 2018.

Com es pot observar, la costa catalana té una longitud de 900 km segons la Generalitat de Catalunya, i de 547 km segons una web també de la Generalitat de Catalunya. Una diferència tan gran de 353 km només pot ser explicada a causa de la utilització d'una diferent escala de mesura. Estem parlant d'una diferència d'un 39% aproximadament menys. Una diferència molt gran per no ser estudiada.

Taula 2.
Longitud (en quilòmetres) de la Costa Brava

Longitud	Font
362,6	https://www.idescat.cat/pub/?id=aec&n=201 Generalitat de Catalunya. Institut d'Estadística de Catalunya
268,82	https://es.distance.to/Blanes,Girona,Catalunya,ESP/ Portbou,Girona,Catalunya,ESP/ 43.739352079154706,4.449462890625001
256,0	http://www.vegueries.com/ca/ruta/Ruta-por-la-Costa-Catalana
214,0	http://www.vegueries.com/ca/ruta/Ruta-por-la-Costa-Catalana

Elaboració pròpia, 2018.

De la mesura de la costa gironina s'obtenen valors també molt dispersos.

Aquesta petita exploració amb dades tan diferents va captivar-me. Un càlcul aparentment senzill com hauria de ser la mesura d'una costa és realment un procés complicat sense estàndards a aplicar igual a arreu. Evidenciar com de canviants poden arribar ser unes dades que aparentment són objectives i precises, i que solem considerar com a invariables, em va semblar una tasca original. Som davant d'una contradicció: la costa sembla que es pot mesurar de manera objectiva però les dades obtingudes demostren el contrari. Quina és la dada fiable? Sabem quant mesura la costa catalana? la Brava? I la de Palamós?

A partir d'aquí és quan vaig començar a investigar sobre la teoria fractal, la responsable d'aquesta gran divergència de dades. El problema és evident. Podré solucionar-lo?

2.1. Justificació del context geogràfic

Enfocar la recerca cap a la línia de costa demana una justificació ja que la teoria fractal es troba a molts llocs més de la natura.

En aquest treball s'aplica la teoria fractal a la línia de costa perquè és un límit net, clar i evident entre

la terra i el mar. És molt més fàcil delimitar una costa o recórrer-la a peu ja que sempre tens el límit de l'aigua al costat, que no pas intentar calcular un traçat a diferents escales a través d'una muntanya ja que no hi ha cap element clar que evidenciï per arreu la localització exacta de la ruta.

Primerament vaig decidir comparar tres tipologies diferents de costa. Calia analitzar el comportament de la teoria en costes amb relleus ben diferenciats entre elles i vaig escollir Pals, Palamós i Begur amb l'objectiu de recórrer a peu la línia costanera d'aquests tres municipis. Tanmateix, el gran nombre de penya-segats arran de mar existents a Begur feia impossible poder caminar arran d'aigua i impossibilitava el càlcul. Vista la problemàtica, calia replantejar l'entorn geogràfic a analitzar. Com que l'important de la recerca era la tipologia de costa a mesurar, vaig deixar de banda la idea d'analitzar tot un municipi i vaig centrar-me en segments de costa. De fet, la tria ara resultava més coherent ja que una mateixa localitat pot tenir (sol tenir) diferents tipologies de costa, i calia analitzar un tram de cada tipologia:

- Representant una **costa baixa amb platges llargues i rectilínies** (ruta 1), elegeixo el tram que comença al sud de la platja de Pals fins arribar al sud del port de l'Estartit. Aquest recorregut és totalment pla i es pot fer a la vora de la mar. Només apareixen dos petits entrebancs: les basses d'en Coll i la gola del Ter. Depèn del nivell de l'aigua és possible o no de travessar-les.
- Representant una **costa mixta que combina costa baixa amb platges llargues i costa alta amb molts caps i cales** (ruta 2), elegeixo el tram que comença a l'extrem sud de la platja de Torre Valentina (dins el terme municipal de Calonge-Sant Antoni) fins arribar al sector nord-est de la platja de Castell (en el municipi de Palamós). Aquest recorregut combina trams de platja plana i el port de Palamós, amb trams més irregulars com el gran sortint de cap Gros.
- Representant una **costa extremadament irregular, alta i molt articulada, amb continus entrants i sortints** (ruta 3), elegeixo el tram que s'inicia en l'extrem nord-est de la platja de Castell (a Palamós) fins passada la muntanya de cap Roig (dins el terme de Palafrugell). Aquest recorregut és ple de penya-segats i segments abruptes, però gràcies a la menor inclinació dels penya-segats sobre el mar, relativament més transitable que l'opció inicial de Begur.

3. Objectius de la recerca

A través de l'estudi de fonts bibliogràfiques diverses sobre la geometria fractal i combinant el treball de gabinet amb el treball de camp es pretén:

Primer. Calcular i comparar la distància en metres del tram de la costa catalana i el tram de la costa gironina a escala mundial, europea, espanyola i catalana.

Segon. Calcular la distància de tres segments de tipologia costanera diferent a través de la cartografia amb el programari de Sistemes d'Informació Geogràfica ArcGis-ArcView 10 i comparar cada distància a diferents escales.

Tercer. Recórrer a peu els tres segments de tipologia costanera diferent i poder mesurar i comparar gràficament el meu recorregut real respecte a la resta de cartografia.

Quart. A partir de la comparació dels resultats obtinguts en els diferents recorreguts a les diferents escales de mesura, extreure un valor mitjà que servirà per a estimar un càlcul més exacte del que mesura la costa gironina i la costa catalana.

Cinquè. Calcular la distància de la costa palamosina.

4. Hipòtesi de treball

1. No existeix una mesura exacta, precisa, objectiva i invariable per definir la longitud del territori costaner.
2. Segons el detall de l'escala, la dimensió de la costa varia: quan l'escala de mesura és més gran, com que ofereix molt més detall gràfic, la longitud de la costa augmenta.
3. L'augment de longitud de la línia de costa varia en funció de l'escala però també en funció de les irregularitats orogràfiques del terreny.
4. La diferència entre la longitud costanera oficial i la real és més gran a la costa abrupta i retallada, és mitjana en la costa mixta, i és baixa en la costa plana i rectilínia.

5. Metodologia

5.1. Recopilació de les dades

1. Entrevista amb la Dra. Carolina Martí, professora del Grau de Geografia en Ordenació del Territori i Gestió del Medi Ambient de la Universitat de Girona, per exposar-li el projecte, determinar com enfocar el treball i establir uns objectius concrets.
2. Començar a treballar amb el programari de Sistemes d'Informació Geogràfica (SIG) ArcGis-ArcView 10 (ESRI) i QGIS per poder treballar pel meu compte un cop assolits els coneixements bàsics per fer funcionar aquests *softwares* específics.
3. Cerca, lectura, comprensió i resum de referències bibliogràfiques especialitzades en geometria fractal.
4. Consulta i descàrrega de les bases cartogràfiques necessàries per a comparar la mesura de la costa catalana i la costa gironina a escala catalana, espanyola, europea i mundial a diferents webs cartogràfiques: Institut Cartogràfic i Geològic de Catalunya (ICGC), Instituto Geográfico Nacional, Environmental European Agency, i ESRI Resources.
5. Descompressió d'arxius i emmagatzematge de les bases cartogràfiques digitals.

6. Càrrega de capes en el programari de SIG ArcGis-ArcView 10, canvi de format (gruix i color) de cada capa per poder-les identificar i aprenentatge d'eines de processament cartogràfic.
7. Selecció, tall i depuració de dades a treballar en cada escala d'anàlisi. Creació de camps a la base de dades alfanumèrica associada a la base cartogràfica per a calcular la distància de cada segment.
8. Cerca i comparació de diferents aplicacions mòbils de sistemes de posicionament global (GPS) per elegir-ne una per a dur a terme el treball de camp gràcies a l'experiència aportada per diferents persones enteses en el tema.
9. Cerca d'imatges per inserir al treball, la font de les quals es troba a la webgrafia del treball. Algunes de les imatges amb les quals he treballat procedeixen de Wikimedia Commons³.

5.2. Mapificació de les dades

1. En la mapificació de les dades s'ha utilitzat dos programaris de Sistemes d'Informació Geogràfica (SIG): el software ArcMap 10 (ESRI) i el programari QGIS 2.8.2.
2. S'ha utilitzat el programa online Vissir 3 (ICGC) per poder descarregar les *ortofotos* (en format SID) a escala 1:25.000 de la zona de Sant Antoni, Palamós, Pals, l'Estartit i Palafrugell.
3. A partir de capes d'informació vectorials (*shapefiles*) es retalla per a cada escala la costa catalana i la costa gironina.



Figura 3.
Ortoimatge de la zona del port de Palamós
Font: Vissir 3, 2 de juliol de 2018.

³ Wikimedia Commons emmagatzema contingut multimèdia lliure: imatges, àudio i vídeo.

5.3. Anàlisi de les dades

1. Presentar en una taula els resultats de la mesura de la línia de costa de Catalunya a les diferents escales d'anàlisi.
2. Donades les diferents mesures resultants, i prenent com a cartografia base l'oficial que ofereix l'ICGC, evidenciar, en percentatges, com es redueix la longitud segons l'escala a Catalunya.
3. Presentar en una taula els resultats de la mesura de la línia de Costa Brava a les diferents escales d'anàlisi.
4. Donades les diferents mesures resultants, i prenent com a cartografia base l'oficial que ofereix l'ICGC, evidenciar, en percentatges, com es redueix o augmenta la longitud segons l'escala a la Costa Brava.
5. Després cal comparar cadascun dels trams elaborats a peu amb aquestes diferents escales, i igualment, calcular els percentatges de reducció.
6. Comparar els diferents percentatges de reducció i relacionar-los segons la tipologia de costa a la qual estan vinculats.
7. Calcular el valor de variació de cadascun dels diferents trams recorreguts a peu respecte al valor que ofereix la costa a l'ICGC.
8. Aplicar aquests increments a tota la costa catalana per a cadascun dels índexs (costa rectilínia, mixta i abrupta).
9. Buscar quins percentatges de costa catalana de platges i trams abruptes hi ha a Catalunya i aplicar els índexs de cada tipologia a aquests percentatges.
10. Calcular la longitud de la costa del municipi de Palamós a partir de la cartografia oficial de l'ICGC i les rutes fetes a peu.

6. La teoria fractal

6.1. Característiques

6.1.1. Definició de la teoria

La geometria clàssica o geometria euclidiana basada en punts i línies és una geometria abstracta i idealitzada que va sorgir al segle III aC. La geometria real, és a dir, aquella que trobem a la naturalesa és plena d'irregularitats. Gràcies a aquesta, ens podem acostar una mica més a la realitat.

A finals del segle XIX i començaments del segle XX, un grup de matemàtics es van adonar que existia un tipus de geometria amb unes propietats diferents a les ja existents i que encara no estaven classificades. Aquesta nova geometria dibuixava unes corbes extremades que en conjunt formaven unes figures complexes i elaborades.

L'any 1975, Benoît Mandelbrot va proposar un nou terme: les fractals, amb l'objectiu de poder descriure certes irregularitats que són presents a la natura com per exemple, els núvols, les muntanyes o la línia de costa. Les fractals es van crear amb l'ànim de trobar una regularitat dintre la irregularitat. L'estudi d'aquests objectes va fer néixer una nova geometria: la geometria fractal.

El concepte *fractal* prové del llatí *fractus* que significa irregular i fracturat. Una fractal és un objecte geomètric l'estructura bàsica de la qual es repeteix a diferents escales i amb diferents orientacions. És una figura complexa i simple al mateix temps.

6.1.2. Homotècia interna i cascada

Les costes presenten irregularitats, les quals, tot i variar l'escala de visualització, es mantenen força semblants. Per exemple, si tenim un mapa a escala 1:100.000 podem observar diferents accidents geogràfics com són els caps i les badies. Si les tornem a examinar en un mapa a 1:10.000 podem verificar com aquests anteriors accidents geogràfics estan alhora formats per uns altres més menuts. I així successivament⁴.

Aquest mecanisme rep el nom de cascada, on cada etapa està formada per detalls més petits que els anteriors.

6.2. Dimensió

6.2.1. Tipus de dimensió

Existeixen diferents tipus de dimensions que s'apliquen a la geometria euclidiana:

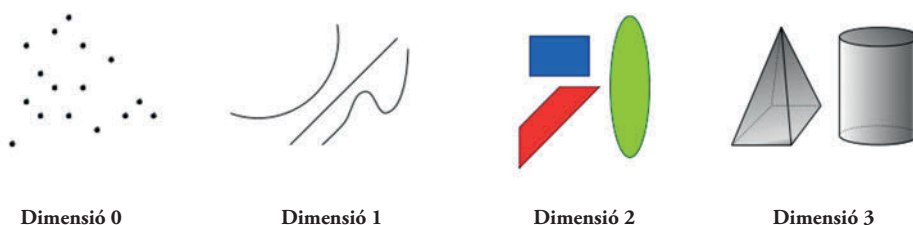


Figura 4.

Tipus de dimensions segons la geometria clàssica euclidiana

Font: http://matematicas.uis.edu.co/libros/l_geofrac.pdf

Aquest tipus de dimensió no ens indica la forma en què la geometria ocupa l'espai ni amb quina densitat ho fa. La que sí ens ho indica és la dimensió fractal d'Hausdorff.

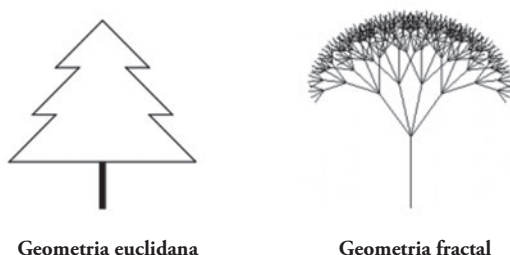


Figura 5.

Comparació entre la geometria euclidiana i la geometria fractal

Font: http://matematicas.uis.edu.co/libros/l_geofrac.pdf

⁴ Exemple extret de MANDELBROT, *Los objetos fractales*, p.32.

6.2.2. Dimensió d'Hausdorff-Besicovitch⁵

Mandelbrot agafa la dimensió d'Hausdorff per definir la dimensió fractal, tot i que diu que aquesta no és prou general per poder-la atribuir a tots els objectes fractals.

La dimensió d'Hausdorff ens permet mesurar un objecte fractal, és a dir, el grau d'irregularitat constant a diferents escales. La dimensió fractal és la capacitat que té un objecte per ocupar un espai, això permet mesurar la dimensió fractal d'objectes reals com per exemple la costa.

6.3. Aplicació de la teoria fractal per a l'anàlisi de la dimensió de la línia costera d'un país

*Si s'admet que diverses costes naturals tenen "en realitat" una longitud infinita, i que les seves longituds antropocèntriques no donen més que una idea summament parcial, com es poden comparar aquestes longituds?*⁶

Si mesurem un tram d'una costa, evidentment, la longitud obtinguda serà igual o major a la distància en línia recta entre els extrems del tros costaner analitzat, ja que una costa típica és irregular i sens dubte és més llarga que la recta anomenada.

Tots els mètodes de mesura utilitzats per la línia de costa ens porten a la conclusió que la longitud d'una costa típica és molt gran, tant és d'indeterminada, que es pot considerar infinita.



Figura 6.

Estimació de la dimensió d'Hausdorff a la costa de Gran Bretanya

Font: Wikimedia Commons.

⁵ Font: Pablo MONTESDEOCA PÉREZ. *Longitud y Área de Curvas Fractales. Dimensión Fractal*, gener de 2005.
<https://www.matesfacil.com/fractales/dimension-semejanza/dimension-semejanza-homotecia-Hausdorff-fractales-atractor-sistema-funciones-iteradas-contractivas-ejemplos.html>

⁶ Extret de MANDELBROT, *Los objetos fractales*, p. 31.

6.4. Paradoxa de la línia de costa

Lewis Fry Richardson va observar que la línia de costa que delimita una massa de terra no té una mesura exacta ni ben definida. Més tard, Benoît Mandelbrot va estudiar més a fons aquesta idea inicial i va donar l'explicació a aquest fet a través de la naturalesa fractal de les línies de costa.

La longitud de la línia de costa depèn del mètode de mesura. És important establir uns criteris universals a l'hora de delimitar la línia de costa, és a dir, saber si els ports o illes també s'han de tenir en compte per obtenir la longitud final.

Com més petit és l'interval d'escala, major és la longitud de costa obtinguda. Aquest augment de longitud és major a les costes més accidentades.

Per tenir una idea de la geometria d'una línia de costa s'utilitza la seva dimensió fractal. De manera que si és pròxima a l'1 (dimensió topològica d'una línia) tindrà un contorn més rectilini, i si és pròxima al 2 (dimensió topològica d'una superfície) serà més accidentada.

Actualment, per poder realitzar unes mesures s'utilitzen procediments aproximats com són els plànols tradicionals. El procediment més aproximat que es pot fer és fer el recorregut a peu, tot i així hi haurà zones on serà difícil d'accedir com ara penya-segats i no es podrà aconseguir la longitud real, un fet pràcticament impossible.

6.5. Conjunts fractals ⁷

Existeixen diferents tipus de fractals que van anar apareixent al llarg del temps. Moltes d'aquestes comencen amb una senzilla forma geomètrica a la qual es van afegint més formes geomètriques fins aconseguir una fractal amb les seves característiques corresponents. A continuació es mostren les principals fractals existents.

6.5.1. La corba en forma de flocc de neu de Von Koch

Niels Fabian Helge von Koch va ser un matemàtic suec que va descobrir una corba fractal coneguda amb el nom de flocc de neu de von Koch, la qual va ser molt important en l'estudi de la geometria fractal. Aquest és un exemple clàssic de fractal el qual va ser introduït l'any 1904.

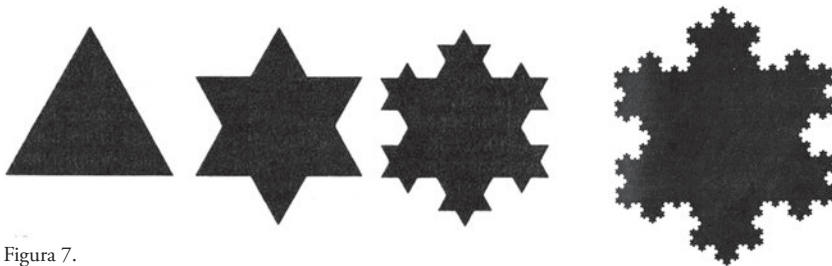


Figura 7.

La corba de von Koch

Font: MANDELBROT, *Los objetos fractales*, p.42-43.

⁷ MANDELBROT, *Los objetos fractales*, p. 42, 49, 72.

Javier BARRALLO CALONGE, *Geometría fractal*, p. 36, 37, 55, 89.

6.5.2. Conjunt de Cantor

Rep el nom en homenatge al matemàtic alemany Georg Cantor. El conjunt de Cantor és un dels altres conjunts fractals més coneguts. Va ser descrit l'any 1883 i és molt difícil de representar ja que va desapareixent fins al punt de fer-se invisible.



Figura 8.

Conjunt de Cantor

Font: MANDELBROT, *La geometria fractal de la naturalesa*, p.117.

6.5.3. Triangle de Sierpinski

El triangle de Sierpinski és una fractal descrita l'any 1915 per Waclaw Sierpinski. La seva estructura és molt similar a diferents escales.

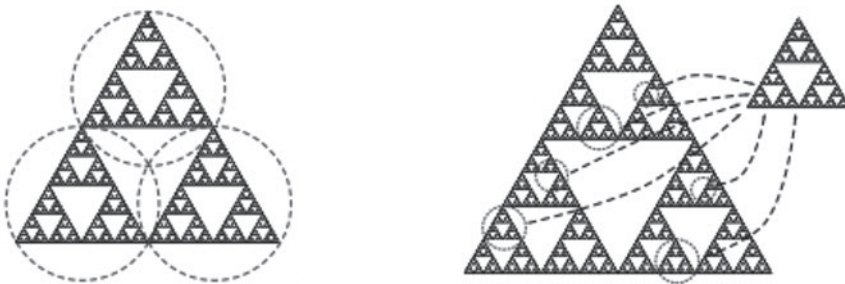


Figura 9.

Triangle de Sierpinski

Font: http://matematicas.uis.edu.co/libros/l_geofrac.pdf

6.5.4. Corba de Peano

La corba de Peano va ser descoberta per Giuseppe Peano l'any 1900.

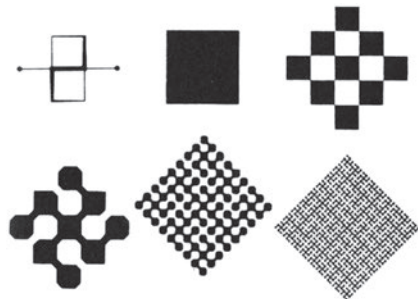


Figura 10.

Corba de Peano

Font: MANDELBROT, *Los objetos fractales*, p.49.

6.5.5. Corba d'Hilbert

Aquesta corba s'inclou dins del grup de les corbes de Peano.

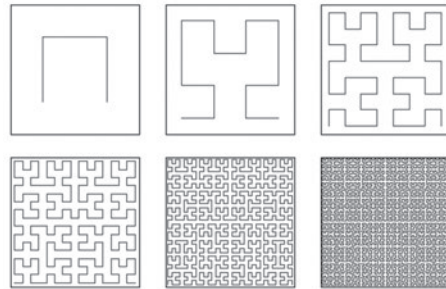


Figura 11.

Corba d'Hilbert

Font: Wikimedia Commons.

6.5.6. Els conjunts de Julia i Mandelbrot

El conjunt de Julia

Gaston Julia va inventar el conjunt de Julia, un conjunt d'objectes fractals obtinguts a partir de la repetició d'una funció de nombres complexos.

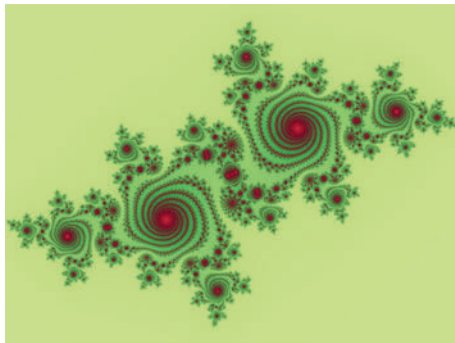


Figura 12.

El conjunt de Julia

Font: Wikimedia Commons.

El conjunt de Mandelbrot

El conjunt de Mandelbrot és un dels més coneguts i rep el nom en honor al seu descobridor, el matemàtic Benoit B. Mandelbrot.

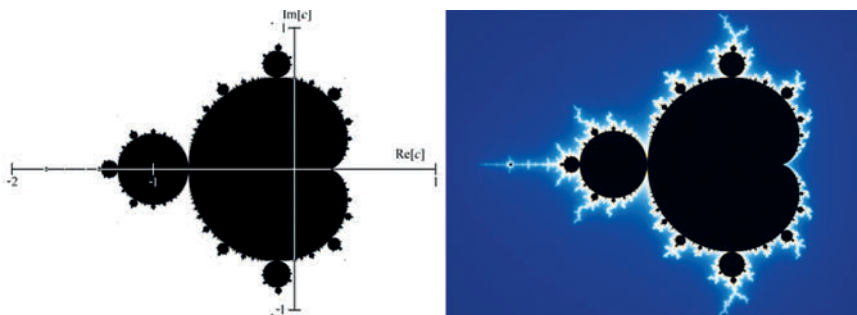


Figura 13.

El conjunt de Mandelbrot

Font: Wikimedia Commons.

6.6. La teoria del caos

La teoria del caos va sorgir a causa de la cerca d'una explicació als fenòmens complexos de la natura mitjançant models matemàtics. El principi més important en què es basa la teoria és que fins i tot el desordre té les seves pròpies regles, que existeix un ordre en els esdeveniments aparentment aleatoris.

La teoria del caos està relacionada amb les fractals aleatòries, és a dir, aquelles que serveixen per descriure objectes molt irregulars que podem trobar a la natura com muntanyes i núvols.

Més endavant va sorgir el concepte efecte papallona fent referència a la teoria del caos: petites variacions en les condicions inicials d'un sistema dinàmic poden produir grans variacions en aquest sistema al cap d'un cert temps. Aquest concepte prové d'un proverbi xinès que diu: *l'aleteig de les ales d'una papallona es pot sentir a l'altra banda del món*⁸.

6.7. Moviment brownià

Brown va observar com les partícules de pol·len es mouen de manera irregular i sense cap explicació matemàtica. Aquest tipus de moviment es va anomenar moviment brownià.

6.8. Presència i aplicació de les fractals

6.8.1. Les fractals a la natura

Les fractals es troben a la naturalesa en estructures gens euclidianes com són les muntanyes, els núvols, la vegetació, la costa, els flocs de neu... En geologia, les fractals ajuden a entendre els conjunts de fractures formades en les roques i en les estructures de minerals.

Vegem-ne alguns exemples:



Coliflor Romescu



Llamp



Secció de la cargola Nautilus

Figura 14.

Fractals a la natura

Font: SÁNCHEZ VIGIL, Antònia. Treball de fi de màster.

Els fractals com a recurs didàctic en el desenvolupament curricular de la tecnologia a l'ESO, 2011.

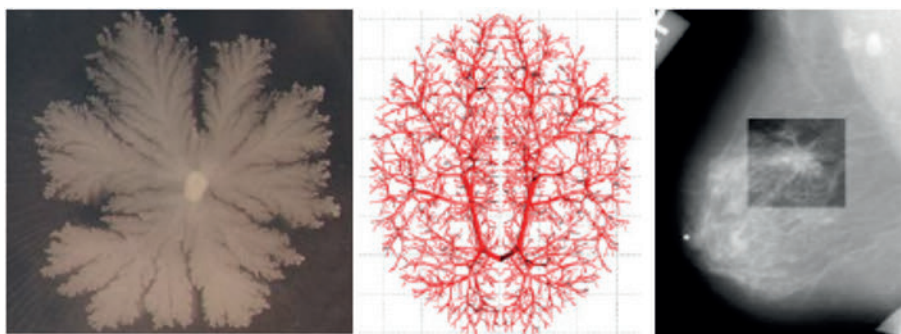
⁸ Extret del National Geographic:

<https://www.nationalgeographic.es/ciencia/2017/11/el-efecto-mariposa>, 28 d'agost de 2018.

6.8.2. Fractals a les ciències

Al cos humà existeixen un munt d'estructures amb geometria fractal com ara la xarxa neuronal i la disposició de les glàndules.

Per aquest motiu, les fractals estan essent un àmbit molt important en el món de la medicina per les seves aportacions.



Creixement d'un colònia de bacteries

Xarxa vascular del cervell

Mamografia

Figura 15.

Fractals a les ciències

Font: SÁNCHEZ VIGIL, Antònia. Treball de fi de màster.

Els fractals com a recurs didàctic en el desenvolupament curricular de la tecnologia a l'ESO, 2011.

6.8.3. Fractals a la música

La música té estructura fractal. El principal objectiu de la música fractal és projectar el comportament dinàmic sobre l'espai musical.

6.8.4. Fractals a l'art⁹

L'art fractal segueix els mateixos patrons que en el cas de la música: ús de la recursivitat, l'autosemblança i el joc amb l'infinit.



Figura 16.
Circle Limit III 1959

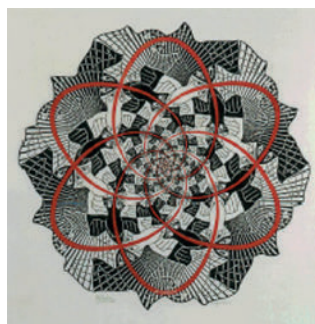


Figura 17.
Path of Life III 1966

⁹ Font: SÁNCHEZ VIGIL, Antònia. Treball de fi de màster.

Els fractals com a recurs didàctic en el desenvolupament curricular de la tecnologia a l'ESO, 2011.

Actualment l'art fractal també el podem trobar en l'àmbit del disseny.

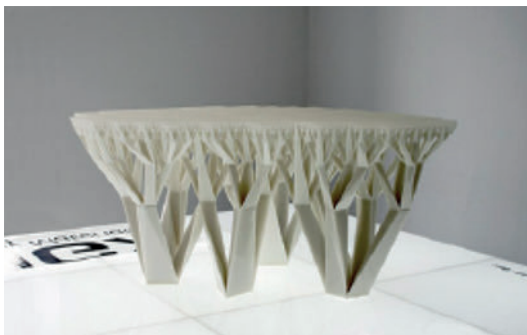


Figura 18.
**Taula fractal dissenyada
per Platform Wertel Oberfell**

6.8.5. Altres aplicacions

1. — Administració i finances.
2. — Indústria tèxtil, del cinema i de l'automòbil.
3. — Geologia
4. — Distribució de galàxies.
5. — Comportament fractal dels cràters lunars.
6. — Models de relleu terrestre.

7. Què entenem per costa?

La costa és el lloc on la terra s'uneix amb el mar conformant un espai singular de relleu. Té un paisatge inestable, on de vegades la terra pot créixer a causa del dipòsit de sediments i en altres casos pot disminuir pels processos d'erosió marina. Però les costes també són modificades per altres factors, com el clima, la geologia costanera, el vent, l'onatge i les activitats humanes¹⁰.

És molt important entendre el concepte per poder-lo aplicar correctament en el meu treball. El terme costa inclou aquella línia imaginària que separa la terra del mar. Una vegada entens això et comences a plantejar diferents dubtes que no estan explícitament resolts.

1. La línia de costa inclou les illes tot i trobar-se fora de la massa continental pròpiament dita?
2. Les construccions i/o infraestructures artificials (ports, passarel·les, espigons...) es consideren a l'hora de mesurar la costa d'un país?

¹⁰ Definició extreta de Wikipèdia, 15 de setembre de 2018.

3. Quan parlem del moll d'un port, l'hem d'interpretar com un sola línia d'anada, o com una línia d'anada i tornada i per tant, comptar-la dues vegades?

Totes aquestes preguntes les he pogut solucionar consultant la cartografia que ofereix l'ICGC, on clarament s'indica que a l'hora de mesurar una línia de costa es tenen en compte tots els accidents geogràfics que aquesta engloba, a més de les illes que corresponen al territori en concret i totes les construccions creades per la intervenció de l'ésser humà. Per tant, ports i espigons es tenen en compte. Existeix, però, una excepció: les passarel·les. Aquestes petites construccions no se les té en compte, tot i així, els molls d'un port, fets de formigó, sí que són considerats part del que anomenem *costa*.

Aquest mapa ens mostra que, tal com diu l'ICGC, la línia de costa a escala catalana inclou ports i illes.

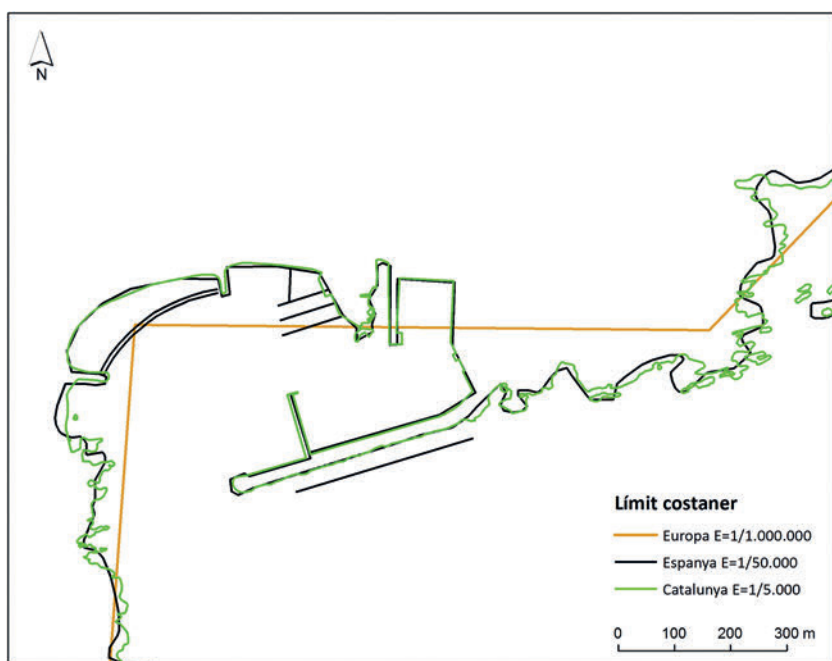


Figura 19.

Detall de la línia de costa de ports i illes

Elaboració pròpia, 19 d'octubre de 2018.

Font: ICGC, Instituto Hidrográfico de la Marina, Eurostat, 5 d'octubre de 2018.

8. Anàlisi dels resultats

8.1. Càlcul de la línia de costa de Catalunya a diferents escales

La taula següent mostra la mesura de la línia de costa de Catalunya a diferents escales.

Taula 3.

Comparativa de les diferents distàncies que mesura la costa catalana a distintes escales

Escala d'anàlisi	Línia de costa de Catalunya (metres)
Mundial. E=1/60.000.000	329.521,49
Mundial. E=1/20.000.000	364.400,78
Mundial. E=1/10.000.000	380.858,53
Europea. E=1/1.000.000	485.383,11
Espanyola. E=1/50.000	917.901,87
Catalana. E=1/5.000 - E=1/2.500	1.044.208,54

Elaboració pròpia, 2018.

S'han escollit set escales diferents per poder evidenciar el canvi que experimenten entre elles. Segons el detall de l'escala de mesura, la dimensió de la costa varia. Quan més gran és l'escala, com que ofereix molt més detall gràfic, la longitud de la costa augmenta.

En el cas de l'escala mundial s'han utilitzat tres escales d'anàlisi molt diferents entre elles segons el grau de precisió amb què representen la línia costanera.

Per tant, podem concloure que la informació que es pot trobar tant en referències bibliogràfiques com *on-line* a Internet, les dades que ofereixen organismes oficials no són com a mínim homogènies, i alhora no són objectives ni exactes, si la mesura no va acompanyada obligatòriament de l'escala de mesura a la qual s'ofereix la magnitud, ja que els percentatges de reducció oscil·len des de 12,10% al 68,44%.

Aquesta diversitat es mostra gràficament a través del següent mapa, on se solapa el límit costaner de Catalunya a diferents escales.

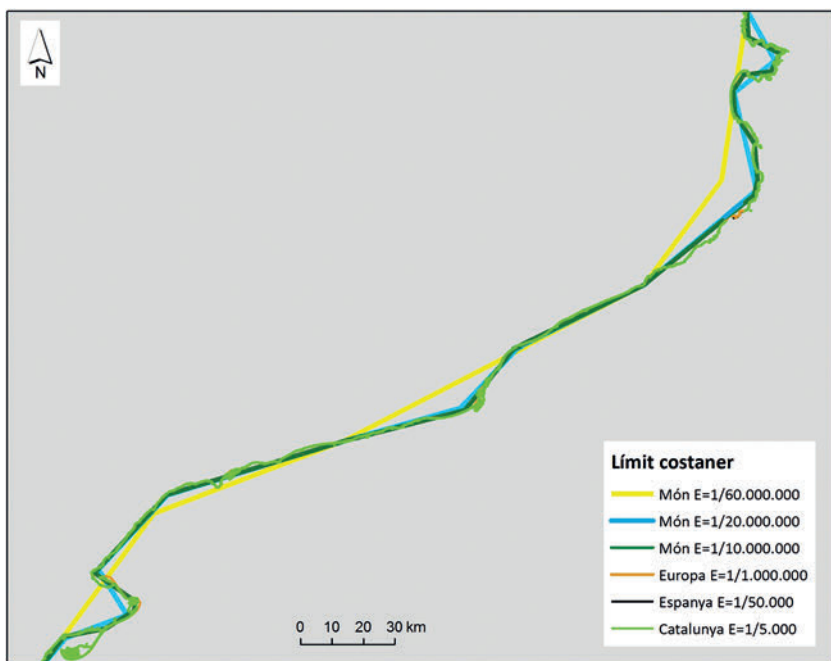


Figura 20.

Línia de costa de Catalunya a diferents escales

Elaboració pròpia, 19 d'octubre de 2018.

Font: ICGC, Instituto Hidrográfico de la Marina, Eurostat, 5 d'octubre de 2018.

Per a poder captar millor les diferències, el següent mapa mostra en un zoom una ampliació de l'anterior en el sector de Palamós. El traçat a l'escala mundial 1/60M és tan general que el recorregut s'allunya de la franja costanera distant molt de la resta, més aproximades entre elles.

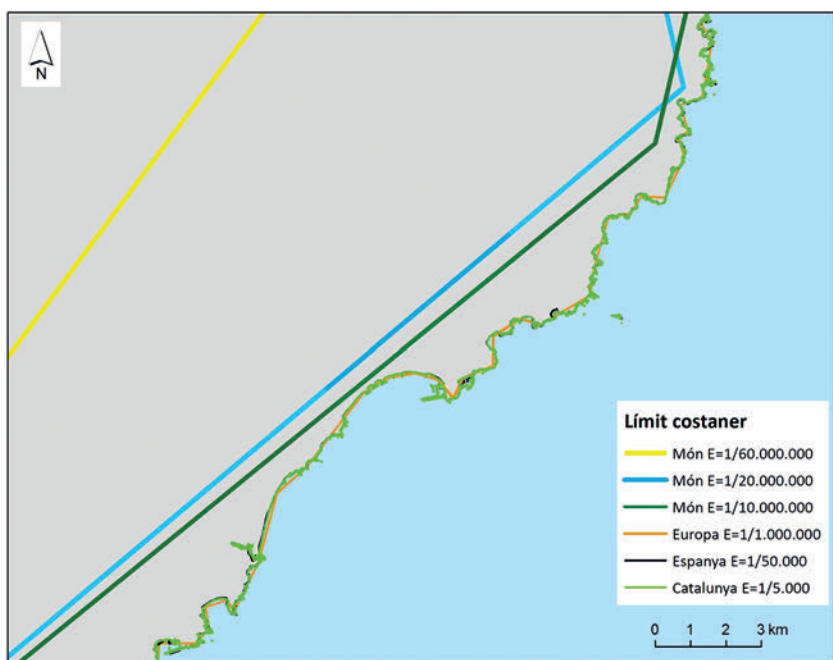


Figura 21.

Ampliació del sector de Palamós a diferents escales

Elaboració pròpia, 19 d'octubre de 2018.

Font: ICGC, Instituto Hidrográfico de la Marina, Eurostat, 5 d'octubre de 2018.

8.2. Càlcul de la línia de la Costa Brava a diferents escales

La taula següent mostra la mesura de la línia de la Costa Brava a diferents escales:

Taula 4.

Comparativa de les diferents distàncies que mesura la Costa Brava a distintes escales

Escala d'anàlisi	Línia de Costa Brava (metres)
Mundial. E=1/60M	96.008,03
Mundial. E=1/20M	113.213,00
Mundial. E=1/10M	121.551,38
Europea. E=1/1M	163.666,78
Espanyola. E=1/50.000	294.279,22
Catalana. E=1/5.000 - E=1/2.500	430.607,40

Elaboració pròpia, 2018.

En el cas de la Costa Brava, els resultats són els mateixos que en el cas anterior: a mesura que augmentem la unitat de l'escala de mesura, també augmenta la longitud de costa.

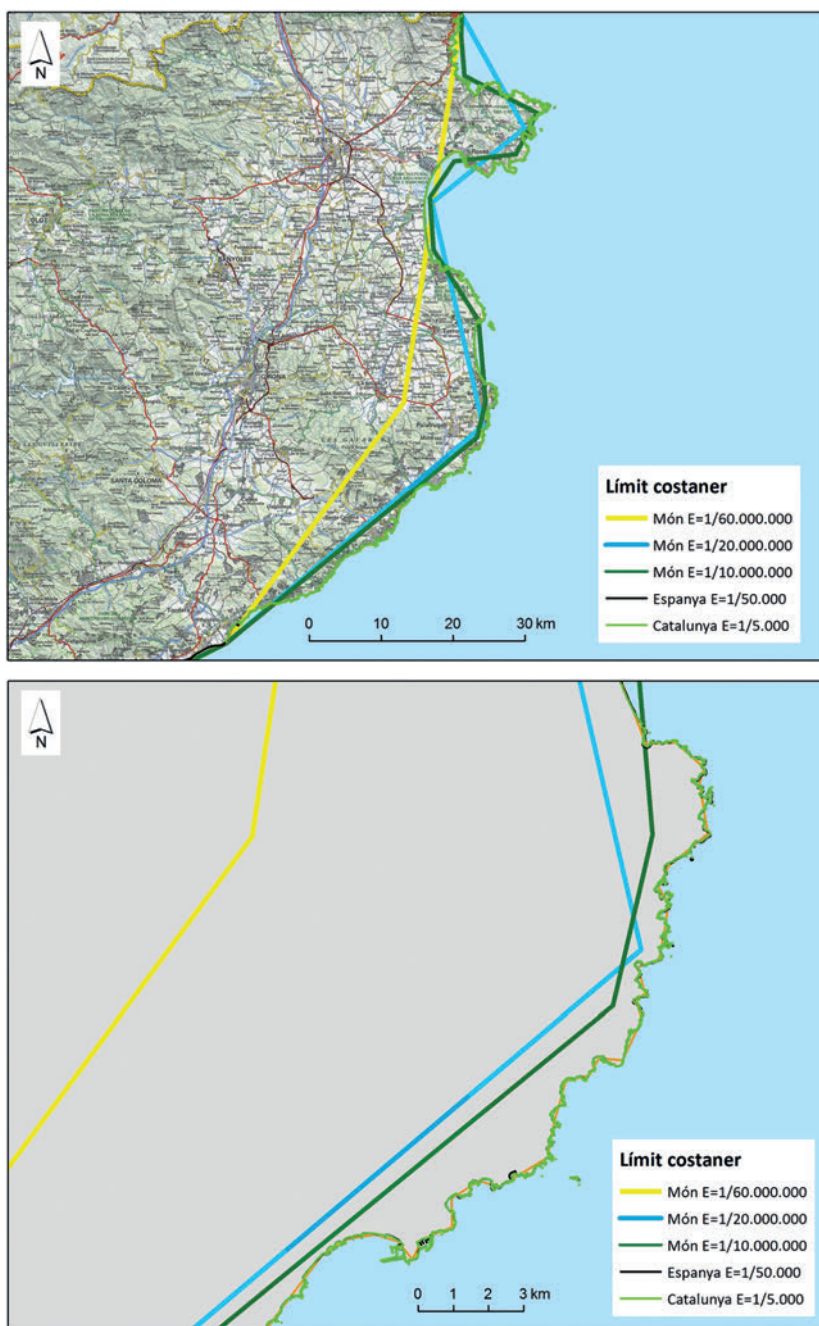


Figura 22.

Línia de la Costa Brava a diferents escales

Elaboració pròpia, 19 d'octubre de 2018.

Font: ICGC, Instituto Hidrográfico de la Marina, Eurostat, 5 d'octubre de 2018.

Igualment, per a la Costa Brava també concloem que les dades localitzades en documents i pàgines web oficials no són homogènies ni precises la qual cosa es converteix en informació poc fiable, tenint en compte que els percentatges de reducció respecte a l'escala catalana oscil·len del 31,66% al 77,70%.

8.3. Resultats dels trams recorreguts a peu

Per poder enriquir la informació aportada fins ara, vaig pensar que la meua contribució podria ser superar la pantalla dels mapes i endinsar-me en el territori real. En definitiva, la millor manera de mesurar el terreny era trepitjant-lo més que no pas interpretant-lo des d'unes polilínies dibuixades en l'ordinador. Així vaig decidir recórrer tres rutes de costa diferent, amb la idea de resseguir-les el més arran d'aigua possible per poder obtenir la longitud de cada una d'elles el més "real" possible. Un objectiu que les premisses d'aquest treball esdevenen com a impossible ja que si el recorregut el fes una formiga la longitud seria exponencialment més gran, i si el recorreguéssim un bacteri augmentaria en desmesura! Tot i així, era la manera més fiable d'obtenir una dada a escala humana, a escala 1/1 o a escala natural com es diu en termes cartogràfics, dins les meves possibilitats i recursos.

La idea inicial era registrar les rutes amb una aplicació GPS des del mòbil. Em van recomanar *Wikiloc*, una aplicació mòbil que ofereix rutes a l'aire lliure ja creades i a la vegada poder crear-ne de pròpies. M'interessava aquesta en concret ja que em permetia poder extreure l'arxiu (*track*) i poder importar-lo al programa de SIG, amb la finalitat de poder comparar gràficament el meu recorregut respecte a la resta de la cartografia. En ser una aplicació gratuïta, el servei que oferia no es trobava en condicions òptimes, fet que provocava que depenent del temps meteorològic que feia o del lloc on em trobava, no em detectava la posició on em trobava i de tant en tant, durant la ruta, la línia de seguiment que es projectava al mòbil es desviava, de vegades poc, de vegades molt, del lloc on em trobava. Davant d'aquest problema vaig haver de canviar de sistema de registre, tenint la sort d'obtenir un rellotge amb GPS (*Tomtom Runner 2*), més professional, i que fins i tot permetia anar sota aigua. D'aquesta manera, les rutes següents van poder ser registrades de manera excel·lent independentment de les condicions adverses que pogués trobar un dia concret.

La figura 24 mostra les diferències del recorregut registrat segons el sistema utilitzat. A l'esquerra amb el mòbil *Huawei P8 Lite* i l'aplicació *Wikiloc*, i a la dreta amb el rellotge GPS marca *Tomtom Runner 2*, el qual va oferir una alta fiabilitat i exactitud posicional.

Figura 23.
**Comparació del recorregut
fet amb diferents dispositius**
Elaboració pròpia, 2018.



Per analitzar les variacions que hi ha sobre terrenys de relleus diferents vaig elegir tres segments de costa diferents, que presento amb una breu anàlisi a continuació.

8.3.1. Tram 1



Figura 24.

Tram 1

Elaboració pròpia, 13 de juliol de 2018.

INTERVAL: sector nord de Pals – sector sud de l'Estartit (Torroella de Montgrí).

DATA: 13/08/2018

DURADA DEL RECORREGUT: tres hores aproximadament

DISTÀNCIA: 8.650,47 m

CARACTERÍSTIQUES: és una ruta aparentment senzilla de recórrer, rectilínia, sense entrants ni sortints, de sorra fina. Vaig decidir sortir des de just el començament de la platja de Pals i arribar fins al començament del port de l'Estartit. D'aquesta manera la ruta era bàsicament recórrer la platja, amb la qual cosa obtindria un segment rectilini de costa. Caminava arran d'aigua sense arribar a mullar-me els peus, per sobre la sorra humida i dura, no banyada pel mar.

OBSERVACIONS: en contradicció amb el que em pensava, vaig trobar algunes zones de difícil accés: les basses d'en Coll, un espai natural i protegit en constant moviment; i la gola del Ter. Va ser un tram difícil de passar ja que el nivell de l'aigua del riu era molt alt i per travessar-lo, l'aigua ens arribava fins al coll. Malgrat aquest incident, la ruta va poder prosseguir amb normalitat.

La taula mostra com varia la longitud del tram 1 respecte a l'escala a la qual ha estat mesurada, on he afegit el recorregut a escala 1/1, el qual és el que he realitzat a peu.

Taula 5.
Comparativa del tram 1 a diferents escales

Escala d'anàlisi	Línia del tram 1 (metres)
Mundial. E=1/20M	8.116,84
Mundial. E=1/10M	8.137,96
Europea. E=1/1M	8.348,87
Espanyola. E=1/50.000	8.444,03
Catalana. E=1/5.000 - E=1/2.500	8.557,23
Natural. E=1/1	8.650,47

Elaboració pròpia, 2018.

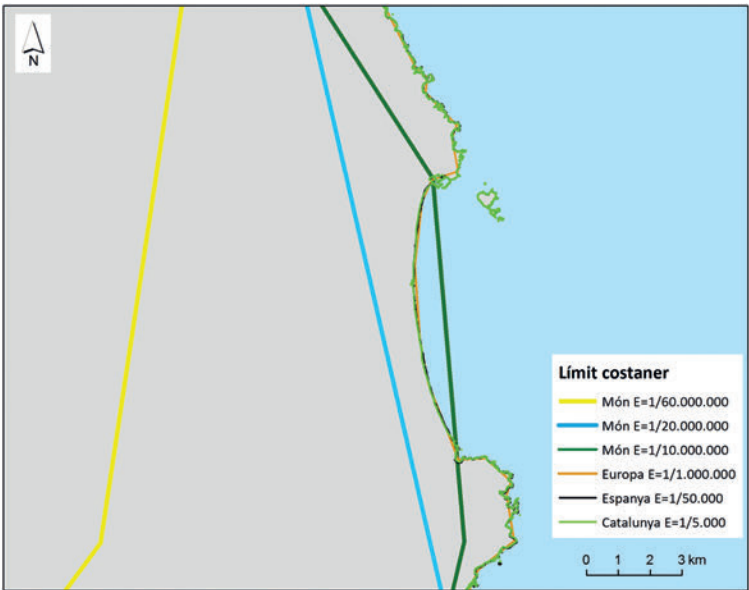
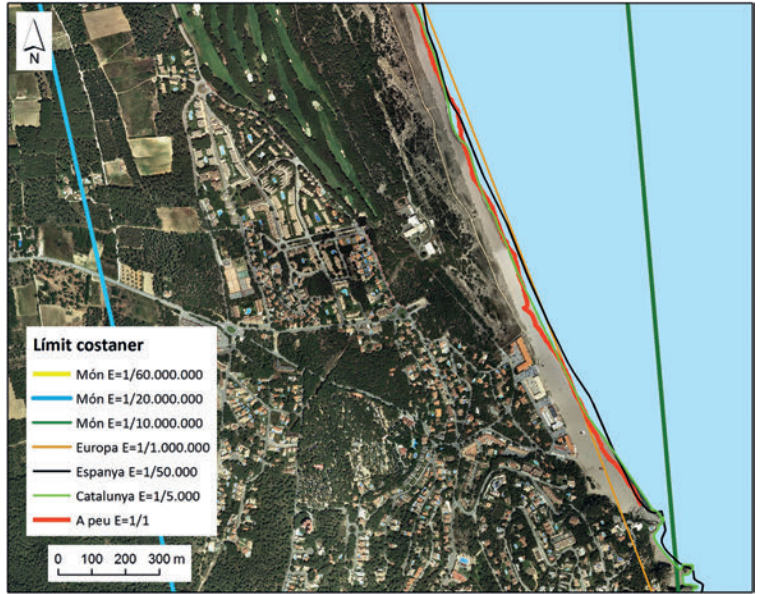


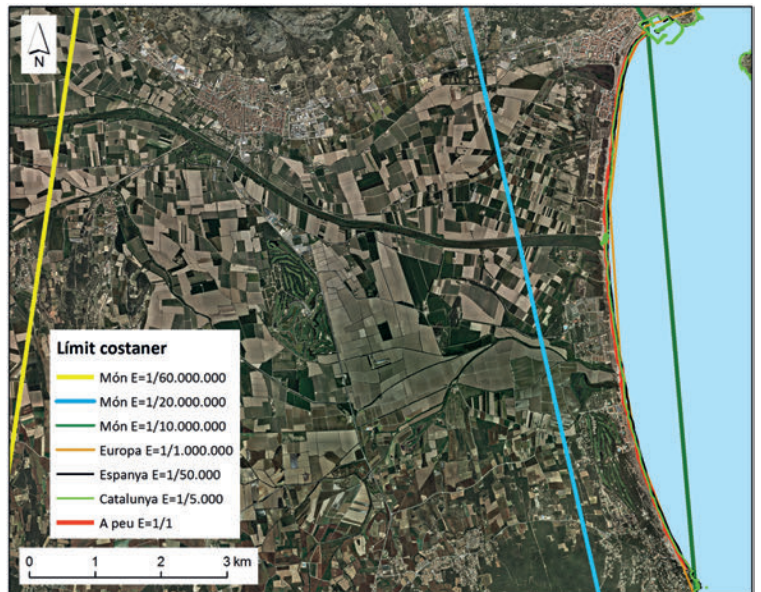
Figura 25.
Tram 1. Pals – l'Estartit (Torroella de Montgrí)
Elaboració pròpia, 19 d'octubre de 2018.
Font: ICGC, Instituto Hidrográfico de la Marina, Eurostat,
5 d'octubre de 2018.

La diferència entre escales no és gaire gran donat que aquest primer tram correspon a una costa baixa i rectilínia i conseqüentment la proporció de creixement és molt reduïda. El fet que sigui fàcil de dibuixar i sense obstacles, provoca que el resultat cartogràfic sigui similar en totes les escales ja que aquest tipus de costa no mostra diferències tant si està digitalitzat amb molt detall o amb molt poc.

Que aquesta tipologia de costa presenti uns percentatges de reducció baixos confirma dues de les premisses presentades en l'inici d'aquest estudi: a) que tot i la tipologia, es confirma que a menor escala de detall, la mesura de costa disminueix; i b) que la variació en les costes rectilínies és baixa.



He inserit a la cartografia el meu recorregut (*track*) a escala 1/1 per a comparar-lo amb els altres. Els següents mapes (Figura 25) mostren, en primer lloc, la comparativa de la zona del tram recorregut a diferents escales. En segon i tercer lloc, he afegit el tram fet a peu a la resta d'escales. Es combinen mapes topogràfics i ortoimatges de l'ICGC com a mapa de base per situar geogràficament al lector.



Elaboració pròpia, 19 d'octubre de 2018.

Font: ICGC, Instituto Hidrográfico de la Marina, Eurostat, 5 d'octubre de 2018.

La següent imatge il·lustra el territori caminat entre Pals i l'Estartit, una platja rectilínia de tipologia uniforme.

Figura 26.

Mostra del territori caminat entre Pals i l'Estartit

Elaboració pròpia, 13 d'agost de 2018.



8.3.2. Tram 2

INTERVAL: sector sud-oest de Torre Valentina (Calonge) – sector nord-est de la platja de Castell (Palamós)

DATA: Mitjans agost (va durar diversos dies)

DURADA DEL RECORREGUT: 10 hores aproximadament

DISTÀNCIA: 17.530,85 m

CARACTERÍSTIQUES: el tram del SO de Torre Valentina (dins el terme de Calonge) fins al NE de la platja de Castell (en el terme municipal de Palamós) representa el segment de costa mixta. Es combinen trams rectilinis i uniformes amb trams abruptes amb penya-segats i espigons. Vaig escollir aquest

segment perquè compta amb un sector de costa baixa amb platges (platja de Sant Antoni de Calonge i Gran de Palamós amb espigons de defensa, la Fosca, Sant Esteve de la Fosca, entre d'altres cales), el port de Palamós i els clubs nàutics Costa Brava i Marina Palamós, amb trams amb penya-segats com cap Gros i el sector nord ple d'entrants i sortints.

OBSERVACIONS: hi ha zones on és impossible accedir-hi caminant i passar pel camí de ronda no és una opció ja que es troba massa a l'interior i no representaria la línia de costa. Per tant, acompanyada, amb ajuda i bona mar, vaig recórrer alguns trams des de la platja de la Fosca fins a Castell, nedant en algun punt a la vora dels caps i les cales, amb un caiac que servia de suport.



Figura 27.

Tram 2

Elaboració pròpia, 20 d'agost de 2018.

Vaig resseguir minuciosament els 6 espigons de la platja de Sant Antoni de Calonge i Palamós, ja que aquests també formen part del que denominem costa. Aquest sector costaner va ser més costós de realitzar, i fins i tot amb certa perillositat. Precaució i la mar en calma van ser bons aliats per evitar cap situació de risc.

Taula 6.

Comparativa del tram 2 a diferents escales

Escala d'anàlisi	Línia del tram 2 (metres)
Mundial. E=1/20M	6.706,30
Mundial. E=1/10M	6.893,31
Europea. E=1/1M	7.510,39
Espanyola. E=1/50.000	14.850,36
Catalana. E=1/5.000 - E=1/2.500	17.273,66
Natural. E=1/1	17.530,85

Elaboració pròpia, 2018.

Els resultats mostren unes mesures bastant diferenciades entre si. Aquesta tipologia de costa presenta uns percentatges de reducció majors que la primera ruta analitzada, ja que combina zones llargues de platja amb trams abruptes amb penya-segats. Aquest perímetre irregular provoca que en escales com són a nivell europeu o mundial on es mapifica poc detall, el percentatge de reducció arriba al 60%.

En les següents il·lustracions es projecten les diferents escales del tram 2 sobre la cartografia.

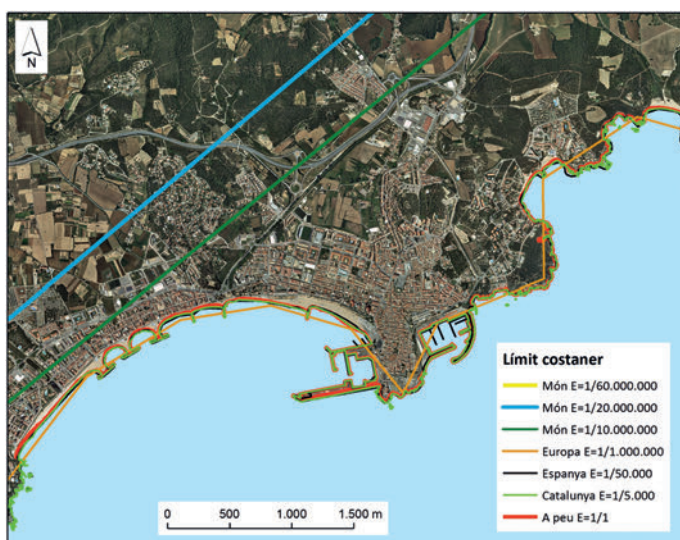


Figura 28.

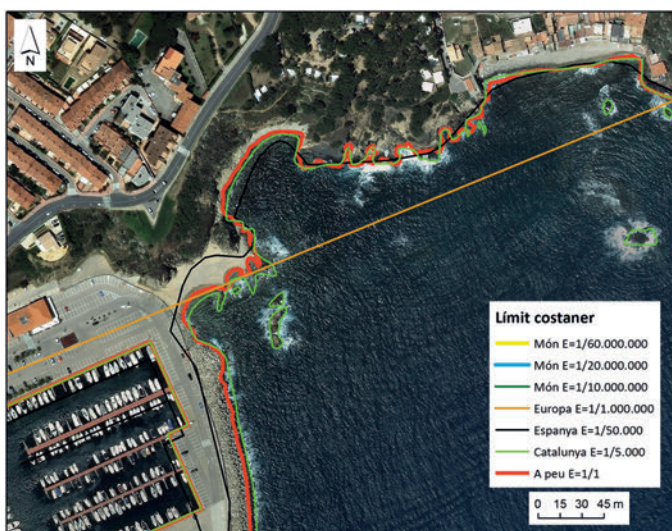
Les diferents escales del tram 2

Elaboració pròpia,

19 d'octubre de 2018.

Font: ICGC, Instituto Hidrográfico de la Marina, Eurostat,

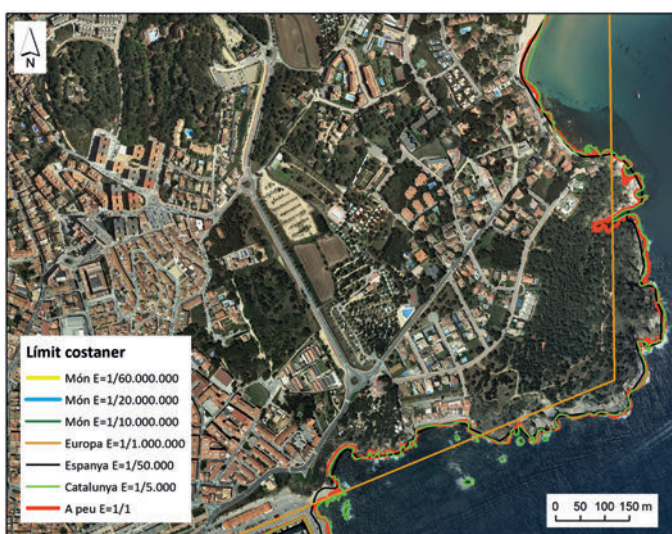
5 d'octubre de 2018.



La figura 29 mostra la zona del Marina (Palamós) i dels trams rocallosos de la zona amb les illes corresponents.

Figura 29.
Zona del Marina Palamós

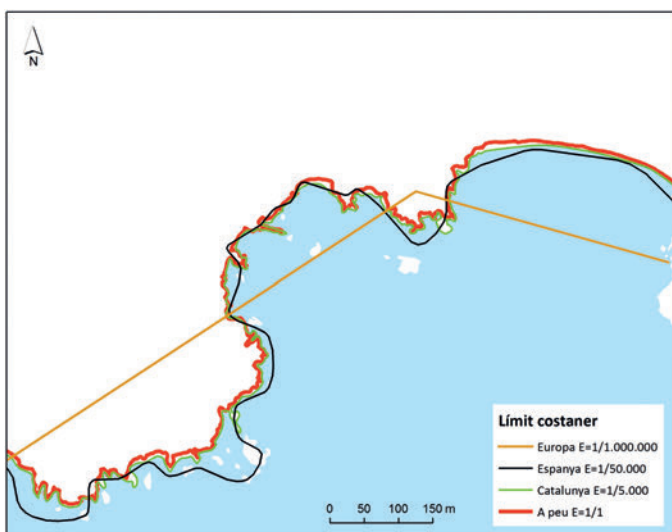
Elaboració pròpia,
19 d'octubre de 2018.
Font: ICGC, Instituto Hidrográfico
de la Marina, Eurostat,
5 d'octubre de 2018.



A la figura 30 s'evidencia l'elevat grau de detall de la costa articulada del sortint de cap Gros (Palamós) respecte a altres segments de costa menys irregulars.

Figura 30.
Cap Gros (Palamós)

Elaboració pròpia,
19 d'octubre de 2018.
Font: ICGC, Instituto Hidrográfico
de la Marina, Eurostat,
5 d'octubre de 2018.



Els següents mapes mostren el tram de la platja de la Fosca i la platja de Castell (Palamós), i el tram de Sant Antoni de Calonge, respectivament, on es pot veure que la presència dels espigons forma part de l'articulació de la costa.

Figura 31.
**Platja de la Fosca
i platja de Castell**

Elaboració pròpia,
19 d'octubre de 2018.
Font: ICGC, Instituto Hidrográfico
de la Marina, Eurostat,
5 d'octubre de 2018.

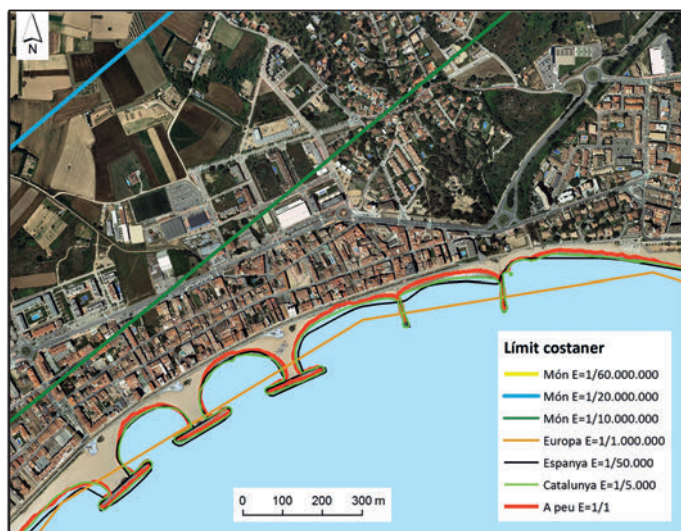


Figura 32.

Sant Antoni de Calonge

Elaboració pròpia,

19 d'octubre de 2018.

Font: ICGC, Instituto Hidrográfico

de la Marina, Eurostat,

5 d'octubre de 2018.



La següent fotografia il·lustra el caràcter mixt del recorregut: el tram uniforme des del sud-oest de la platja de Torre Valentina, i la dificultat per recórrer cadascun dels espigons, i el contornejat del port.

Figura 33.

Mostra del territori caminat entre Torre Valentina i la platja de Castell

Elaboració pròpia,

25 d'agost de 2018

8.3.3. Tram 3

INTERVAL: Nord-est de la platja de Castell (Palamós) – Cala el Golfet (cap Roig, Palafrugell)

DATA: 16/09/2018

DURADA DEL RECORREGUT: 3 hores aproximadament

DISTÀNCIA: 8.505,97 m

CARACTERÍSTIQUES: aquest darrer segment representa el tram de costa alta i altament articulada, amb continus entrants i sortints. Vaig optar en iniciar aquest tram acabada la platja de Castell, vora el monòlit rocós de l'Agulla de Castell i la Foradada, un tram amb una geomorfologia molt abrupta i amb penya-segats

costaners de gran alçada i elevada verticalitat. Aquest tipus de costa que ressegueix cala Senià, cala Corbs, cala Estreta, cap de Planes, el Crit, s'allarga fins passat cap Roig, on vaig decidir que seria el final del segment ja que és un accident geogràfic molt representatiu de la zona.

OBSERVACIONS: degut a la gran dificultat que representa aquest tram de costa, una molt petita part d'aquest no la vaig poder realitzar ni per terra ni per mar, i vaig completar-lo digitalitzant sobre la ortoimatge a escala 1/1000 però treballant amb un zoom ampliat a escala 1/200 per ajustar-me el més possible als contorns de la imatge.

Tot i així, la gran part del tram el vaig fer amb el suport d'un caiac des de la platja de Castell procurant treballar sobre la mateixa roca.



Figura 34.

Tram 3

Elaboració pròpia, 16 de setembre de 2018.

Taula 7.

Comparativa del tram 3 a diferents escales

Escala d'anàlisi	Línia del tram 3 (metres)
Mundial. E=1/20M	2.051,71
Mundial. E=1/10M	2.081,90
Europea. E=1/1M	3.094,02
Espanyola. E=1/50.000	6.619,34
Catalana. E=1/5.000 - E=1/2.500	7.744,62
Natural. E=1/1	8.505,97

Elaboració pròpia, 2018.

Aquesta taula mostra d'una manera molt clara i concisa com pot arribar a variar la longitud d'un territori costaner de tipologia abrupta i retallada.

L'escala mundial equival aproximadament a 1/4 de la longitud obtinguda a escala 1/1. Aquesta xifra és increïblement desmesurada: una simple escala converteix un segment de línia en un altre totalment diferent. El pas d'escala europea a espanyola fa un salt quantitatiu elevat: el percentatge de reducció passa de 63,63% a 22,18%. Això ens indica la diferència tan gran entre

el grau de detall d'una escala a una altra. Finalment, l'escala catalana s'aproxima més a l'escala natural, la feta a peu.

Aquest tram, a diferència dels altres dos, és el que presenta uns percentatges de reducció més elevats. El fet de ser un segment totalment de costa alta, fa que l'error de mesura sigui fàcilment més gran: zones rocalloses i amagades on el mapa és incapaç de detectar i mesurar i per tant les estava obviant. La ruta a peu ens permet veure i posar un número en metres a terrenys de distàncies desconegudes.

En les següents il·lustracions es projecten les diferents escales del tram 3 sobre la cartografia.

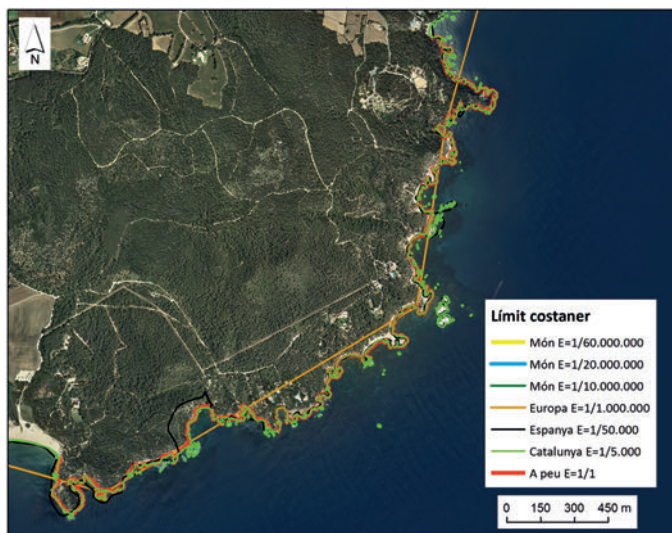
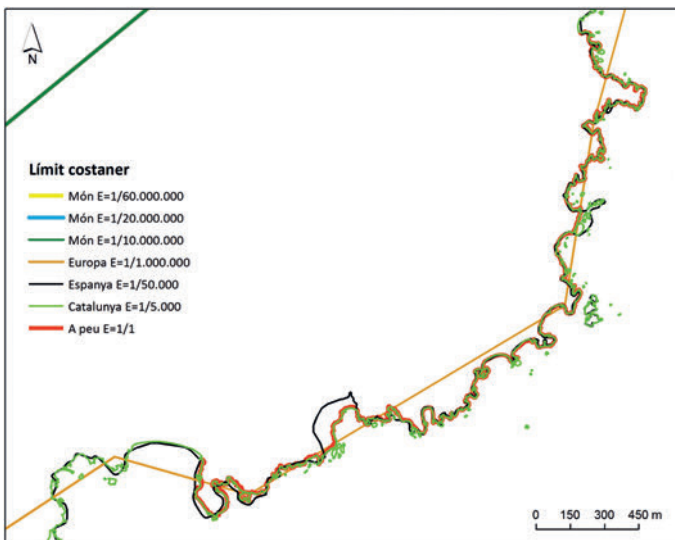
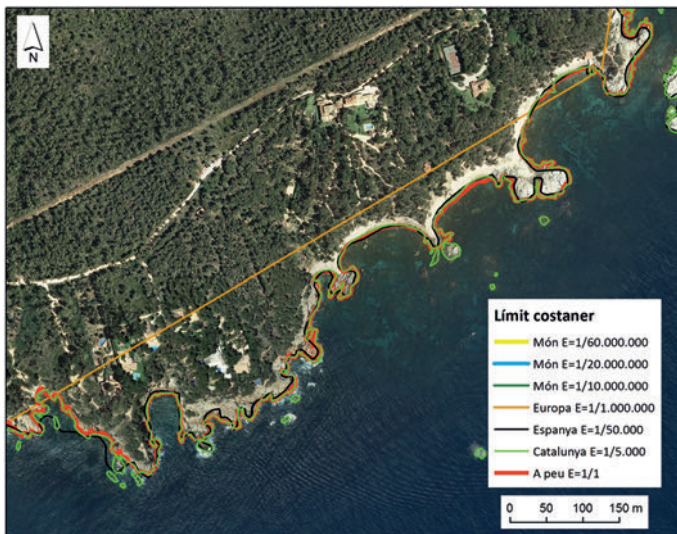


Figura 35.

Les diferents escales del tram 3

Elaboració pròpia, 19 d'octubre de 2018. Font: ICGC, Instituto Hidrográfico de la Marina, Eurostat, 5 d'octubre de 2018.



Elaboració pròpia,
19 d'octubre de 2018.
Font: ICGC, Instituto Hidrográfico
de la Marina, Eurostat,
5 d'octubre de 2018.



Figura 36.
**Mostra del recorregut
entre la platja de Castell
i la cala el Golfet**
Elaboració pròpia,
16 de setembre de 2018.

8.4. Valors d'increment segons la tipologia de costa

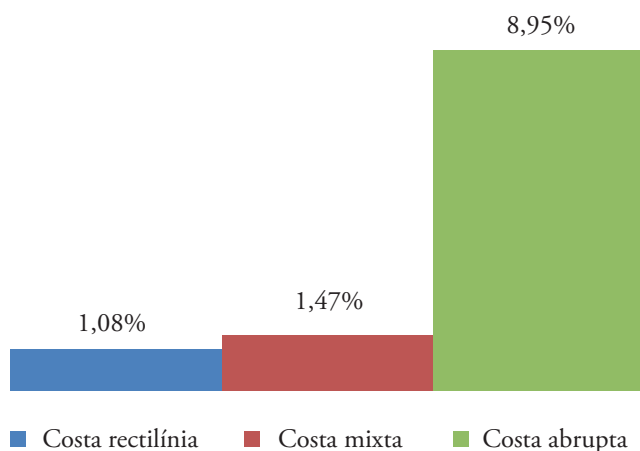


Figura 37.

Valor d'increment de les diferents tipologies de costa d'escala catalana respecte a l'escala 1/1 (feta a peu)

Elaboració pròpia, 2018

Dels càlculs elaborats i respecte a la mesura de la costa que estableix la cartografia oficial de l'ICGC a escala 1/5.000, es desprèn que:

- el tram rectilini té un valor de variació diferent al valor de la costa mixta i la costa abrupta.
- el valor d'increment en costes abruptes és exponencialment més gran que les altres dues tipologies de costa.

Si d'aquests valors d'increment de cada tipologia costanera en derivéssim un índex i els apliquéssim sobre el que mesura la cartografia base de l'ICGC (1.044.208,54 metres a escala catalana) tindríem que:

- Si tota la costa fos rectilínia, i per tant se li aplicués un valor d'increment del **1,08%** per poder trobar la seva mesura real a escala 1/1, aquesta mesuraria 1.055.485,99 metres.
- Si tota la costa fos mixta, i per tant se li aplicués un valor d'increment del **1,47%** per poder obtenir la seva mesura real a escala 1/1, aquesta mesuraria 1.059.558,41 metres.
- Si tota la costa fos abrupta, i per tant se li aplicués un valor d'increment del **8,95%** per poder obtenir la seva mesura real a escala 1/1, aquesta mesuraria 1.137.665,20 metres.

Però la costa catalana no és homogènia. Combina trams abruptes i retallats amb trams rectilinis i uniformes, i d'altres on els sortints s'intercalen amb platges i cales, enmig de ports i estructures de defensa. En aquest sentit, només calia trobar quants quilòmetres de cada tipologia té la costa de Catalunya i multiplicar aquest valor pel seu índex.

Gelonch¹¹ (1990) classifica els trams costaners de Catalunya en:

- Penya-segats: 208.000 metres
- Costa baixa: 52.000 metres
- Platges: 280.000 metres
- Ports: 40.000 metres

El problema d'aquestes mesures és que:

1r. Es tracta d'una referència massa antiga i, per tant, sobretot la mesura pel que respecta als ports ben segur està desfasada.

2n. El sumatori de totes les tipologies atribueix a la costa catalana una mesura de 580.000 metres, el qual dista molt dels valors aconseguits.

A la recerca de dades actualitzades, a la web del Departament de Territori i Sostenibilitat, en l'apartat de Configuració del litoral català (Inici >Territori i urbanisme> Costes > La costa catalana) sorprenentment apareixen exactament les mateixes dades:

La costa de Catalunya s'estén des del cap Falcó (a la part meridional del cap de Cervera), al nord, fins al riu Sènia, al sud. Segueix una orientació general de nord-est cap al sud-oest, i té una longitud de 580 km.

La proporció de quilòmetres quadrats de superfície per quilòmetre de costa és a Catalunya de 55 km²/km, la qual cosa representa disposar d'una àmplia façana marítima. D'altra banda, existeix una forta densitat lineal de població, corresponent per al conjunt de Catalunya més de 10.000 habitants per quilòmetre de costa. Al territori espanyol –incloses les illes– aquestes proporcions són de 63 km² de superfície per quilòmetre de costa i de prop de 5.000 habitants per quilòmetre de costa.

De forma aproximada, els tipus de costa catalana i les seves extensions són els següents:

- Penya-segats: 208 km
- Costa baixa: 52 km
- Platges: 280 km
- Ports i obres marítimes: 40 km

Figura 38.

La costa catalana: dades actualitzades

Font: Generalitat de Catalunya, 2 de novembre de 2018.

Donada la manca de dades més precises i actuals, he adaptat aquestes distàncies tot mantenint les proporcions.

¹¹ Font: <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/6041/08.pdf?sequence=9&isAllowed=y>

El problema d'aquestes mesures és que la suma de totes elles atribueix a la costa catalana una mesura de 580.000 metres. Per tant, si vull seguir el criteri d'aquestes mesures, necessito tota una sèrie de passos per obtenir la longitud de la costa catalana segons aquestes dades aplicant-li els valors d'increment anteriors.

1. Considero que als penya-segats se li han d'aplicar el valor d'increment propi de la costa abrupta: 8,95%. A la costa baixa li aplico el valor d'increment de 1,47% . I per tant, tot el que són platges i ports, li aplico el valor d'increment de la costa rectilínia: 1,08%.

2. Aplico la meua fórmula: un increment del 8,95% als 208.000 metres obtenint així **226.616 metres**. De la mateixa manera aplico un increment del 1,47% als 52.000 metres i obtinc **52.764,4 metres**. Procedeixo igualment en l'últim cas: aplico un increment del 1,08% als 320.000 metres (la suma de ports i platges) i obtinc **323.456 metres**. La suma de les tres xifres obtingudes dona una longitud total de **602.836,40 metres**.

3. Seguint una regla de tres, el valor d'increment per passar de 580.000 metres a 602.836,40 metres és del 3,79%.

Fets aquests passos, cal aplicar aquest valor d'increment a la mesura de la costa de Catalunya segons l'ICGC. Si aplico un increment del 3,79% a 1.044.208,54, resulta que la costa catalana seguint el criteri de l'anterior càlcul mesura **1.083.784,04 metres**.

Altrament, si es volgués simplificar al màxim el càlcul i establir un únic índex com a factor de conversió, es podria optar per fer la mitjana dels valors més extrems. Donat que la distància recorreguda en el tram 1 (costa rectilínia) i en el tram 3 (costa altament articulada) són similars (aproximadament 8,5 quilòmetres), la mitjana d'ambdós seria coherent. Així, sumant 1,08 per a la costa rectilínia més 8,95 de la costa altament articulada i dividint-ho entre 2, resulta un índex de **5,015**. Així, si apliquem aquest factor de conversió a la distància de la línia de costa de Catalunya (1.044.208,54m) s'obté que la costa catalana a escala 1/1 mesura **1.096.575,60 metres**. Un valor molt aproximat als **1.083.784,04 metres** que es deriven del càlcul sobre els percentatges de costa de Gelonch.

8.5. Càlcul de la línia de costa del municipi de Palamós

L'objectiu d'aquest apartat és calcular la distància de la línia de costa de Palamós pel fet que part de la ruta 2 i part de la ruta 3 engloba el nostre poble, i per tant he considerat oportú esbrinar i poder donar a conèixer la longitud costanera del nostre municipi.

Per tal de calcular els metres totals de la línia costanera palamosina, ha estat necessari conèixer amb precisió els límits nord i sud del municipi, els quals han estat proporcionats per l'Ajuntament de Palamós. Aquest punt té especial importància pel que fa als metres de costa que corresponen a les illes Formigues

Una notícia publicada pel diari *Ara* el dia 20/02/2015 diu que el Tribunal Superior de Justícia de Catalunya confirma que les illes Formigues corresponen als termes municipals de Palamós i de Palafrugell. La sentència sosté que l'illa Gran i els illots propers pertanyen al municipi de Palamós, i sa Planassa, sa Corba, l'escull Llagoster i els esculls de Fora pertanyen al municipi de Palafrugell.

Donat que el tram recorregut a peu no incloïa les illes corresponents al municipi, per poder comparar els metres recorreguts amb els resultats que ofereix la cartografia de l'ICGC, he aïllat la mesura de les illes de Palamós i els he aplicat el factor de conversió de costa abrupta.

Taula 8.

Longitud de les diferents distàncies de la costa de Palamós

Línia de costa mesurada	Longitud (metres)
Palamós, a escala 1/5.000 (amb illes)	21.799,75
Palamós, a escala 1/5.000 (sense illes)	18.067,73
Illes, a escala 1/5.000	3.732,02
Illes, a escala 1/1	4.066,04
Palamós, a escala 1/1 (sense illes)	18.619,21
Palamós, a escala 1/1 (amb illes)	22.685,25

Elaboració pròpia, 2018.

Els càlculs elaborats són senzills.

1. He calculat la longitud de tota la costa del municipi de Palamós a escala catalana (1/5.000), inclòs el perímetre de les illes que en formen part.

2. Per poder calcular la distància d'aquestes illes, he calculat la distància de Palamós, també a escala catalana, però ara sense illes.

3. Restant les dues distàncies s'obté la mesura del perímetre de les illes.

4. Per poder sumar la longitud de les illes (a escala 1/5.000) amb la distància de la línia de costa recorreguda a peu ($E = 1/1$), cal aplicar a les illes un factor de conversió, i el que correspon a la seva tipologia és el de les costes abruptes (8,95%). Si les illes a escala catalana mesuren 3.732,02 metres i s'aplica el valor d'increment del 8,95%, s'obté que les illes mesuren 4.066,04 metres a escala 1/1.

5. Finalment, sumant aquesta mesura de les illes a escala 1/1 amb la mesura de la línia de costa de Palamós recorreguda a peu (18.619,21m), es pot concloure que la costa de Palamós a escala 1/1 mesura **22.685,25 metres**.

6. Contraposant la distància que mesura la costa palamosina en els mapes topogràfics de l'ICGC a escala 1/5.000 (21.799,75 m) i la longitud de la costa a d'escala natural (22.685,25 m.), s'evidencia que l'escala catalana redueix les mesures un 96,10%, la qual cosa origina un coeficient de reducció del 3,90%.

Aquest percentatge de reducció es troba enmig del percentatge que correspon a costa mixta i del que correspon a costa abrupta, ja que el terme de Palamós està dins dels dos trams analitzats.

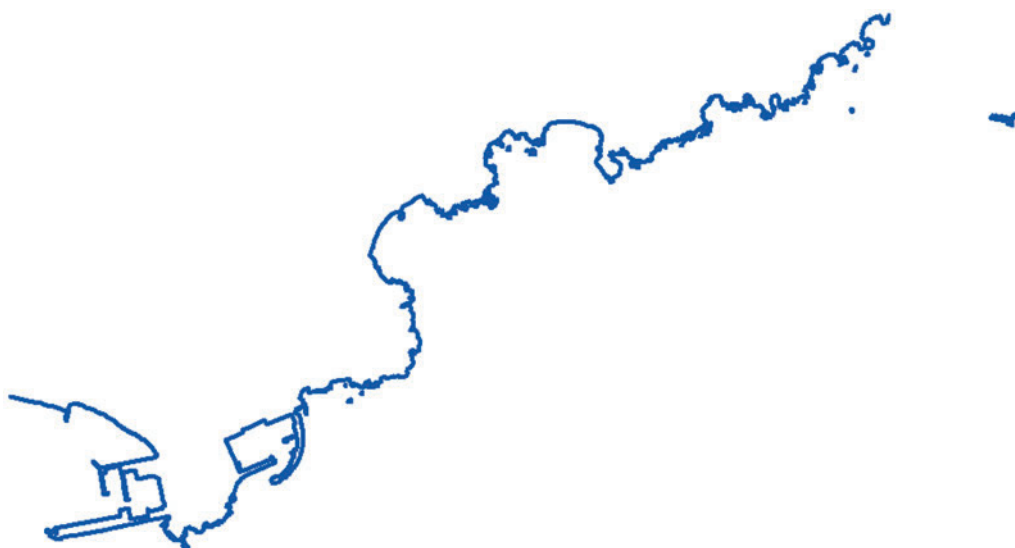


Figura 39.

Línia de costa del municipi de Palamós a escala 1/1

Elaboració pròpia, 15 d'octubre 2018.

9. Conclusions

L'anàlisi realitzada en aquest treball de recerca ha seguit una metodologia senzilla però adient per a poder observar, analitzar i comparar diferents dades que han donat resposta a les hipòtesis i als objectius inicialment plantejats.

Tal com s'ha explicat al principi, la teoria fractal és present en molts àmbits de la nostra vida. El camp en el qual m'he volgut centrar jo és en la mesura de la línia de costa.

Els resultats aconseguits demostren que existeix una relació entre la mesura de la línia de costa i l'escala d'anàlisi. Aquest fet, potser obvi, va més enllà: la longitud de costa sempre creixerà quan la unitat d'anàlisi sigui més detallada. Si el recorregut el fes una formiga, la longitud seria exponencialment més gran, ja que aquesta hauria de recórrer cadascuna de les irregularitats que formen el relleu de cada roca, mentre que nosaltres obviem les pedres del camí passant-hi pel damunt. I si el recorreguéssim un bacteri es tornaria a repetir aquesta exponencialitat. Per tant, s'arriba a la conclusió que si cada cop que augmentem l'escala d'anàlisi, aquesta ens proporciona una mesura major, la mesura exacta no existeix.

També he analitzat els valors d'increment en relació a la tipologia de costa tractada. Com més abrupta, retallada, amb entrants i sortints, és una costa, més percentatge d'increment tindrà en la realitat respecte als mapes. En contrapartida, com més rectilínia, uniforme i amb poc detall és una costa, aquesta té una longitud més aproximada a la cartografia. Per tant, es pot afirmar que les diferències i discrepàncies de longituds que es poden trobar en relació a la línia de costa són causades per dos motius principals: l'escala d'anàlisi utilitzada i la tipologia de costa de la que s'està tractant.

Així mateix, m'atreveixo a afirmar que la longitud de la costa catalana és, segons els càlculs realitzats, tan o més gran que 1.096.575,60 metres.

Tanmateix, cal tenir present que la mesura de la costa establerta és simplement un convencionalisme: acordem, a una escala determinada i amb un mètode de mesura determinat, una longitud que es dona com a objectiva i exacta, però que simplement és una aproximació. I com a tal, si interessa, s'amplia el menor objecte a mesurar, i la longitud es fa créixer. Per tant, la paradoxa neix de l'error d'equiparar la simplificació d'un mapa amb la realitat. S'atorga a la mesura d'un dibuix categoria de veritat, obviant l'homotècia interna de les costes. Obviant que totes les irregularitats dels accidents geogràfics costaners es poden visualitzar a major detall descobrint que aquestes estan constituïdes per unes formes similars més petites que, alhora es poden tornar a veure a major detall encara i, segons la teoria fractal, aquestes irregularitats i nivells d'ampliació poden ser infinits. Per tant, cal establir un mètode de mesura a una escala d'anàlisi determinada i explicitar-la sempre quan es presenti una longitud.

Per a futurs treballs crec que seria convenient corregir o millorar alguns aspectes per tal que aquests resultats i conclusions poguessin ser el màxim d'acurats i fidedignes. Alguns d'aquests punts que fan que els resultats no siguin tan precisos són:

- Caldria fer servir un dispositiu mòbil GPS amb un menor marge d'error per poder enregistrar les rutes fetes a peu amb la major precisió possible.
- Poder mesurar la longitud de la costa catalana amb un subjecte més petit ajudaria a acostar la mesura total a una escala més ajustada. Potser la captació d'imatges d'alta resolució i a poca alçada mitjançant drons podria ser la solució.
- Les longituds obtingudes responen a un moment temporal concret. S'ha de tenir en compte que, aquest mateix estudi realitzat en un altre any o fins i tot en una altra època de l'any aconseguiria valors diferents. L'erosió del relleu, les marees, l'activitat humana... poden fer variar aquestes xifres.

La teoria fractal dona resposta a tots aquests resultats. Des del meu punt de vista, mai es podrà arribar a una longitud expressada en números amb total certesa. Sempre es podrà reduir el subjecte d'anàlisi, fet que farà augmentar aquesta longitud. No puc afirmar que la costa té una longitud infinita, ja que físicament parlant és impossible. Però aquest és el significat de la paraula fractal: un objecte amb una estructura que es repeteix indefinidament a diferents escales.

La realització d'aquest treball m'ha permès conèixer amb més profunditat el territori en el qual estic arrelada de naixement. M'ha permès aprendre i distingir la diferent geografia de la zona. He adquirit coneixements nous d'ofimàtica, de programes tan específics com els Sistemes d'Informació Geogràfica (ArcGis-ArcView 10 i QGIS) així com el funcionament dels GPS. He après la metodologia d'un treball de recerca: plantejar el treball, establir els objectius, definir les hipòtesis, cercar la bibliografia, llegir detingudament textos científics, resumir els continguts, guardar les referències bibliogràfiques amb

cada cita, estructurar els continguts, agilitzar la redacció, maquetar combinant textos, il·lustracions i taules, paginar i indexar, llegir, repassar i revisar una i altra vegada. Tinc la sensació que n'he après un munt.

I ha estat tota una experiència poder demostrar el que tothom creu que sap però no tothom és capaç d'explicar. Per mi ha sigut tota una satisfacció que els resultats responguessin a les hipòtesis plantejades i veure reflectit sobre el paper allò que volia observar: un aspecte de la realitat que assumim sense qüestionar-nos i que he pogut demostrar que és, primer, variable i, segon, diferent al que donem per correcte.

Crec que l'objectiu principal d'aquest treball de recerca s'ha aconseguit demostrant com canviant és una simple línia de costa, alhora que intenta ser una eina d'ajut per qui vulgui atrevir-se a atribuir una mesura a un objecte.

10. Referències bibliogràfiques

Llibres

BARRALLO CALONGE, Javier. *Geometría fractal. Algorítmica y representación*. Ed. Anaya Multimedia. Madrid, 1993.

Generalitat de Catalunya Departament de Territori i Sostenibilitat. *Manual dels hàbitats litorals de Catalunya*. 2013.

MANDELBROT, Benoît. *La geometria fractal de la naturaleza*. Ed. Tusquets Editores. Barcelona, 1997.

MANDELBROT, Benoît. *Los objetos fractales*. Ed. Tusquets Editores. Barcelona, 2000.

Pàgines web

<https://www.idescat.cat/pub/?id=aec&n=201> (consultat el 22 de setembre 2018)

<https://es.distance.to/Blanes,Girona,Catalunya,ESP/Portbou,Girona,Catalunya,ESP/43.739352079154706,4.449462890625001> (consultat el 11 de juliol 2018)

<http://www.vegueries.com/ca/ruta/Ruta-por-la-Costa-Catalana> (consultat el 7 de juliol 2018)

http://cads.gencat.cat/web/.content/Documents/Activitats/Mar_i_litoral_activitats/Analisi-regional-dels-impactes-climatic.-La-costa-catalana.-Dr.-Jose-Antonio-Jimenez.pdf (consultat el 2 d'agost 2018)

http://territori.gencat.cat/ca/06_territori_i_urbanisme/costes_i_muntanya/la_costa_catalana/la_costa_catalana/ (consultat el 3 de juliol 2018)

<http://museudelapesca.org/recerca/recursos-digitals/pesca-maritima-catalunya/76-la-costa-pesca-catalunya.html> (consultat el 14 de juny 2018)

<http://web.gencat.cat/ca/temes/catalunya/coneixer/territori-poblacio/> (consultat el 12 de juliol 2018)

http://enciclopedia.us.es/index.php/Copo_de_nieve_de_Koch (consultat el 12 de juliol 2018)

<https://matap.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo1/2.html> (consultat el 12 de juliol 2018)

<http://www.icgc.cat/ca/Ciutada/Informa-t/Diccionaris/Fractal> (consultat el 29 de juliol 2018)

<https://www.britannica.com/biography/Niels-Fabian-Helge-von-Koch> (consultat el 12 de juliol 2018)

<http://mat.uab.cat/~estalg/mediawiki/index.php?title=Cantor&oldid=4563>
(consultat el 15 de juliol 2018)

<https://www.matesfacil.com/fractales/dimension-semejanza/dimension-semejanza-homotecia-Hausdorff-fractales-atractor-sistema-funciones-iteradas-contractivas-ejemplos.html>
(consultat el 2 d'agost 2018)

<https://es.wikipedia.org/wiki/Fractal> (consultat el 29 de juny 2018)

https://es.wikipedia.org/wiki/%C2%BFCu%C3%A1nto_mide_la_costa_de_Gran_Breta%C3%B1a%3F (consultat el 2 de juliol 2018)

<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mrodper/fractales/definicion-de-fractal/>
(consultat el 5 de juliol 2018)

https://es.wikipedia.org/wiki/Paradoja_de_la_l%C3%ADnea_de_costa (consultat el 6 d'agost 2018)

https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Pa%C3%ADses_por_longitud_de_costa (consultat el 6 d'agost 2018)

<http://alasanid.blogspot.com/2009/06/el-triangle-de-sierpinski.html> (consultat el 15 de juliol 2018)

<https://animalderuta.com/2011/11/07/fractales-y-la-longitud-de-una-costa/> (consultat el 2 d'agost 2018)

<http://ciencia-hoy.blogspot.com/2008/05/fractales-y-la-dimension-fractal-de-la.html> (consultat el 4 d'agost 2018)

<https://www.youtube.com/watch?v=ay8OM0sf6AQ> (consultat el 2 de setembre 2018)

http://matematicas.uis.edu.co/libros/l_geofrac.pdf (consultat el 2 d'agost 2018)

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/bc/Great_Britain_Hausdorff.svg
(consultat el 6 d'agost 2018)

<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Britain-fractal-coastline-combined.jpg>
(consultat el 18 de setembre 2018)

[https://commons.wikimedia.org/wiki/Julia_set#/media/File:Julia_set_\(chartreuse\).png](https://commons.wikimedia.org/wiki/Julia_set#/media/File:Julia_set_(chartreuse).png)
(consultat el 18 de setembre 2018)

https://commons.wikimedia.org/wiki/Mandelbrot_set#/media/File:Mandelset_hires.png
(consultat el 18 de setembre 2018)

https://commons.wikimedia.org/wiki/Mandelbrot_set#/media/File:Mandel_zoom_00_mandelbrot_set.jpg (consultat el 18 de setembre 2018)

https://commons.wikimedia.org/wiki/Hilbert_curve#/media/File:Hilbert_curve.png
(consultat el 18 de setembre 2018)

https://www.ted.com/talks/benoit_mandelbrot_fractals_the_art_of_roughness
(consultat el 12 d'octubre 2018)

https://commons.wikimedia.org/w/index.php?search=fractal+&title=Special:Search&profile=default&fulltext=1&searchToken=fk6u13tt739gisswrfhsckj6#/media/File:Fractal_Broccoli.jpg
(consultat el 2 de setembre 2018)

https://commons.wikimedia.org/w/index.php?search=fractal+objects&title=Special:Search&go=Go&searchToken=dzrzqdajqpmu0s90or7jyp7yb#/media/File:Fractal_-_geograph.org.uk_-_262812.jpg (consultat el 14 de setembre 2018)

<http://www.geographos.com/BLOGRAPHOS/benoit-mandelbrot-nos-habla-sobre-fractales/> (consultat el 19 de setembre 2018)

<https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/6041/08.pdf?sequence=9&isAllowed=y> (consultat el 19 de setembre 2018)

Documents digitals

Agència Catalana de l'Aigua, Generalitat de Catalunya. *El litoral de Catalunya*, juny 2012. (descarregat el 29 de juny 2018)

GASULL, Armengol. *Fractals i Medicina*, Universitat Autònoma de Barcelona. (descarregat el 18 d'agost 2018)

Generalitat de Catalunya. *Estat de la zona costanera a Catalunya*, Resum Executiu, Laboratori d'Enginyeria Marítima, Universitat Politècnica de Catalunya i Centre Internacional d'Investigació dels Recursos Costaners. Barcelona, juny 2010. (descarregat el 26 de juliol 2018)

MONTESDEOCA PÉREZ, Pablo. *Longitud y Área de Curvas Fractales. Dimensión Fractal*, gener 2005. (descarregat el 6 d'agost 2018)

Observatori del Paisatge, Generalitat de Catalunya. *La Costa Brava, el paisatge com a recurs turístic*. Làmina 4. (descarregat el 5 d'agost 2018)

Premi PRBB de recerca en ciències de la salut i de la vida. *Anàlisi fractal del comportament tumoral*, 2016. (descarregat el 18 d'agost 2018)

RODRÍGUEZ MIRANDA, Raúl. *La teoría de fractales: aplicación experimental e implicaciones en la metodología de la ciencia*, Universidad Autónoma de Nuevo León. (descarregat el 7 d'agost 2018)

SÁNCHEZ VIGIL, Antònia. Treball de fi de màster. *Els fractals com a recurs didàctic en el desenvolupament curricular de la tecnologia a l'ESO*, 2011. (descarregat el 15 d'agost 2018)

SÁNCHEZ-ARCILLA, A; MÖSSO, C; PAU SIERRA, J; CASAS PRAT, M. *La variabilitat climàtica i la costa catalana*. Laboratori d'Enginyeria Marítima, Universitat Politècnica de Catalunya i Centre Internacional d'Investigació dels Recursos Costaners. (descarregat el 28 de juliol 2018)

SÁNCHEZ-ARCILLA, Agustí. *La Costa Catalana i el Clima. Un "conflicte" a diferents escales*, Centre Internacional d'Investigació dels Recursos Costaners (CIIRC). (descarregat el 25 de juliol 2018)

SCRAPBOOK fractals, Yale Math. (descarregat el 25 de juny 2018)

Self-affinity and fractal dimension, Yale Math. (descarregat el 12 de setembre 2018)

TERUEL, Antonio. *El floc de neu de von Koch*, Universitat Autònoma de Barcelona. (descarregat el 29 de juliol 2018)

Universitat Politècnica de Catalunya. Capítol VI. *Descripció general de la costa catalana*. (descarregat el 28 de juliol 2018)

Universitat Politècnica de Catalunya. *La teoria del caos*, gener 2010. (descarregat el 3 d'agost 2018)

QUANT MESURA LA COSTA CATALANA?

Anàlisi de la teoria fractal

© JÚLIA MARTÍ LLOBET

© 2020 D'AQUESTA EDICIÓ
AJUNTAMENT DE PALAMÓS

COORDINA
SERVEI D'ARXIU MUNICIPAL DE PALAMÓS

RESUM LINGÜÍSTIC
TERESA CUADRADO

DISSENY I MAQUETACIÓ
LUPAGRAFICS

EDICIÓ DIGITAL
ABRIL 2020



Els continguts d'aquesta publicació estan subjectes a una llicència
de Reconeixement-NoComercial-Compartirigual-4.0 Internacional

L'Ajuntament de Palamós no es fa responsable dels continguts i opinions
que es reflecteixen en el text, així com de possibles errors o imprecisions.

QUANT MESURA LA COSTA CATALANA?

Anàlisi de la teoria fractal

El quadern que us presentem és l'onzè número d'una col·lecció que edita l'Ajuntament de Palamós amb la voluntat de difondre els treballs guanyadors del Premi de Recerca Vila de Palamós. Aquest exemplar conté una versió reduïda del treball guanyador de la dinovena convocatòria del Premi de Recerca Vila de Palamós 2018-2019, elaborat per Júlia Martí Llobet en el 2n curs de batxillerat a l'Institut de Palamós. Podeu consultar el treball original al Servei d'Arxiu Municipal de Palamós i en format resumit de quadern, a www.servei-arxiu-municipal-palamos.cat o des de la secció del Servei d'Arxiu del web de l'Ajuntament de Palamós www.palamos.cat.

Premi de Recerca **Vila de Palamós** 2018 - 2019

Júlia Martí Llobet (Palamós, 2001).

Ha cursat els estudis de primària a l'Escola La Vila, i ESO i batxillerat a l'Institut de Palamós. Actualment estudia el grau d'Economia en Anglès a la Universitat Autònoma de Barcelona. Les seves aficions són l'atletisme i el teatre. En un futur li agradaria treballar en organitzacions internacionals de caire social i humanitari.



AJUNTAMENT DE PALAMÓS



Servei d'Arxiu Municipal de Palamós